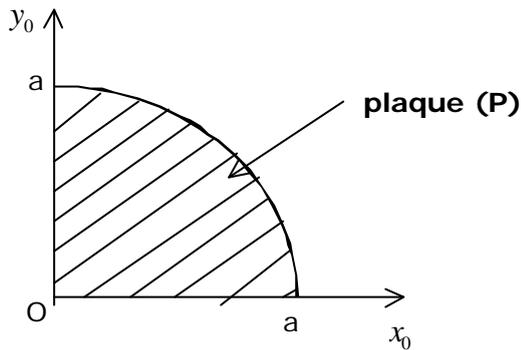


- CCP DEUG 2003 : Mécanique 2 -

- **ENONCE :** « Mécanique du point, du solide et des fluides »

Exercice 1 : Opérateur d'inertie d'un quart de disque



L'épaisseur vaut e selon l'axe Oz_0

Soit une plaque (P) en forme d'un quart de disque de rayon a et d'épaisseur e négligeable devant le rayon a .

On note μ la masse volumique homogène du matériau constituant la plaque (P).

Le référentiel terrestre (R_0) est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$; le référentiel (R_0) est supposé fixe.

- 1.1 Déterminer la masse M de la plaque (P) en fonction de μ , a et e .
- 1.2 Déterminer l'opérateur d'inertie $[J]_O$ de la plaque (P) au point O dans le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction de M et a .
- 1.3 Déterminer les axes principaux d'inertie de la plaque (P).
- 1.4 En déduire les moments d'inertie principaux J_1 , J_2 et J_3 de la plaque (P) au point O en fonction de M et a .

Exercice 2 : Etude d'une suspension de voiture

La suspension d'une voiture de masse à vide M est constituée :

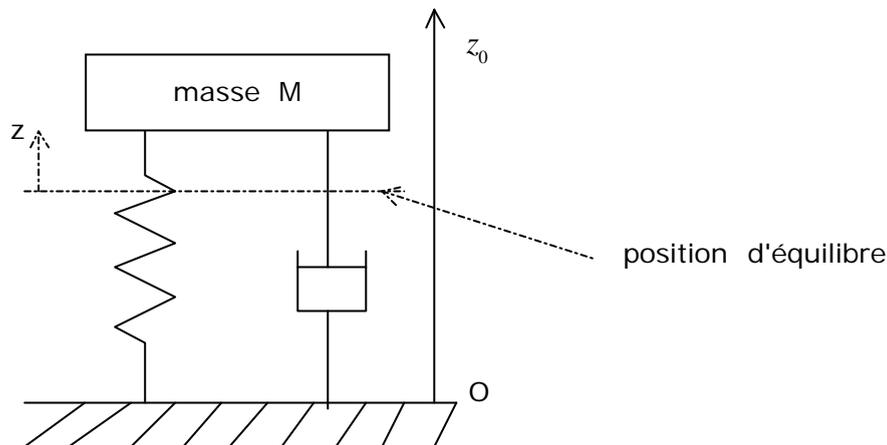
- d'un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur libre l_0 .
- d'un amortisseur de masse négligeable, qui exerce sur la voiture une force de frottement $\vec{F} = -b\vec{V}$ où \vec{V} désigne la vitesse ascensionnelle de la voiture et b un coefficient de frottement fluide.

On ne s'intéresse qu'au mouvement de translation vertical de la voiture ; la position de la voiture est repérée au cours du temps par la cote $z(t)$ sur l'axe vertical ascendant $O\vec{z}_0$.

On note $\vec{g} = -g\vec{z}_0$ l'accélération de la pesanteur.

A l'instant $t = 0$, la voiture est en équilibre, la cote z ainsi que la vitesse ascensionnelle sont nulles.

PROBLEME



2.1 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la voiture.

2.2 En déduire l'équation du mouvement de la voiture à vide.

2.3 Déterminer le coefficient b en fonction de k et M pour que le régime d'amortissement des oscillations soit critique lorsque la voiture est à vide.

On considère maintenant que la voiture contient 4 passagers d'une masse totale m .

2.4 Exprimer l'équation du mouvement du système $S = \{\text{voiture} + \text{passagers}\}$.

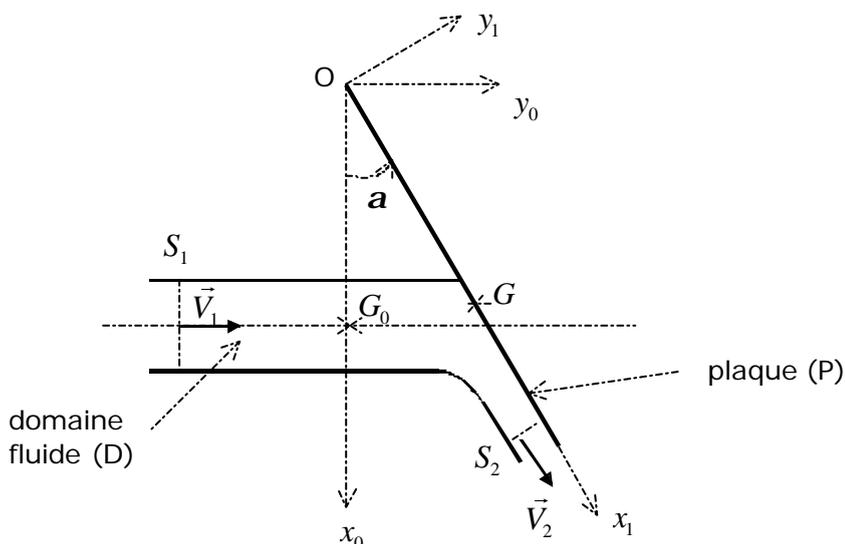
2.5 Quel est alors le régime de l'amortissement ?

2.6 Intégrer cette équation puis tracer l'allure de la courbe z en fonction du temps t .

2.7 Déterminer la pseudo-période T du mouvement du système (S) par rapport au sol.

2.8 Application numérique : pour qu'une voiture soit confortable, il faut que les oscillations résultant d'un défaut de la route aient une période adaptée à l'organisme humain, comme par exemple la période de marche qui vaut environ 1s. Calculer la raideur k du ressort sachant que $M = 1500$ kg et $m = 300$ kg.

Exercice 3 : Jet frappant une plaque



Rq: G est la position de G lorsque la plaque (P) est en position verticale.

On considère une plaque carrée (P) de côté a , de masse m . Cette plaque est mobile en rotation autour de l'axe $O\vec{z}_0$. Elle reçoit un faisceau liquide cylindrique de section S_1 , d'axe horizontal, s'écoulant à la vitesse \vec{V}_1 et dirigé vers le centre de gravité G de la plaque lorsque celle-ci est verticale.