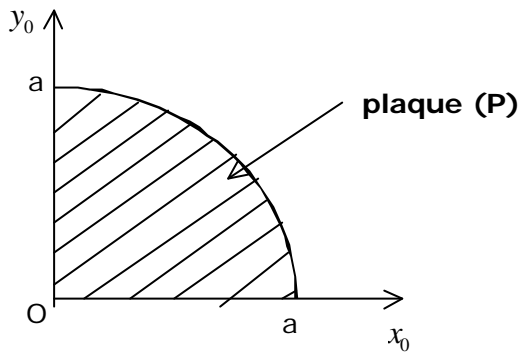


**- CCP DEUG 2003 : Mécanique 2 -**

- **ENONCE :** « Mécanique du point, du solide et des fluides »

**Exercice 1 :** Opérateur d'inertie d'un quart de disque



L'épaisseur vaut e selon l'axe  $Oz_0$

Soit une plaque (P) en forme d'un quart de disque de rayon a et d'épaisseur e négligeable devant le rayon a.

On note  $\mu$  la masse volumique homogène du matériau constituant la plaque (P).

Le référentiel terrestre ( $R_0$ ) est considéré comme galiléen ; il est rapporté au repère ( $O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ ) ; le référentiel ( $R_0$ ) est supposé fixe.

- 1.1 Déterminer la masse M de la plaque (P) en fonction de  $\mu$ , a et e.
- 1.2 Déterminer l'opérateur d'inertie  $[J]_O$  de la plaque (P) au point O dans le repère ( $O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ ) en fonction de M et a.
- 1.3 Déterminer les axes principaux d'inertie de la plaque (P).
- 1.4 En déduire les moments d'inertie principaux J1, J2 et J3 de la plaque (P) au point O en fonction de M et a.

**Exercice 2 :** Etude d'une suspension de voiture

La suspension d'une voiture de masse à vide M est constituée :

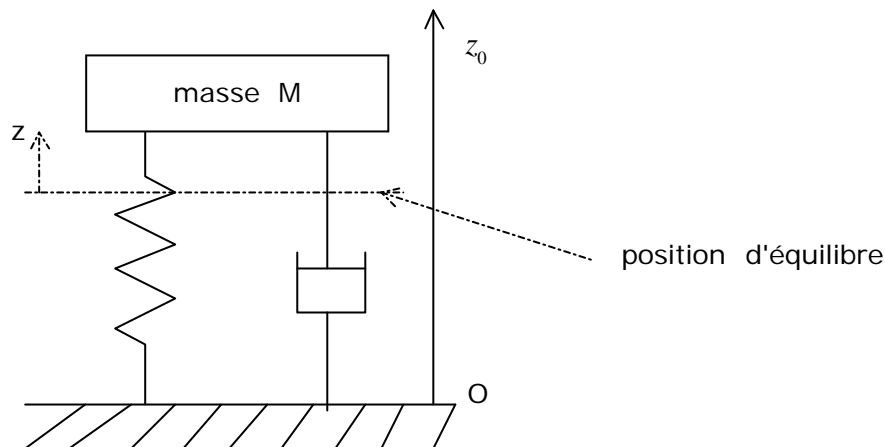
- d'un ressort de masse négligeable, de raideur k et de longueur libre  $l_0$ .
- d'un amortisseur de masse négligeable, qui exerce sur la voiture une force de frottement  $\vec{F} = -b\vec{V}$  où  $\vec{V}$  désigne la vitesse ascensionnelle de la voiture et b un coefficient de frottement fluide.

On ne s'intéresse qu'au mouvement de translation vertical de la voiture ; la position de la voiture est repérée au cours du temps par la cote z(t) sur l'axe vertical ascendant  $O\vec{z}_0$ .

On note  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  l'accélération de la pesanteur.

A l'instant t = 0, la voiture est en équilibre, la cote z ainsi que la vitesse ascensionnelle sont nulles.

## PROBLEME



2.1 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la voiture.

2.2 En déduire l'équation du mouvement de la voiture à vide.

2.3 Déterminer le coefficient  $b$  en fonction de  $k$  et  $M$  pour que le régime d'amortissement des oscillations soit critique lorsque la voiture est à vide.

On considère maintenant que la voiture contient 4 passagers d'une masse totale  $m$ .

2.4 Exprimer l'équation du mouvement du système  $S = \{\text{voiture} + \text{passagers}\}$ .

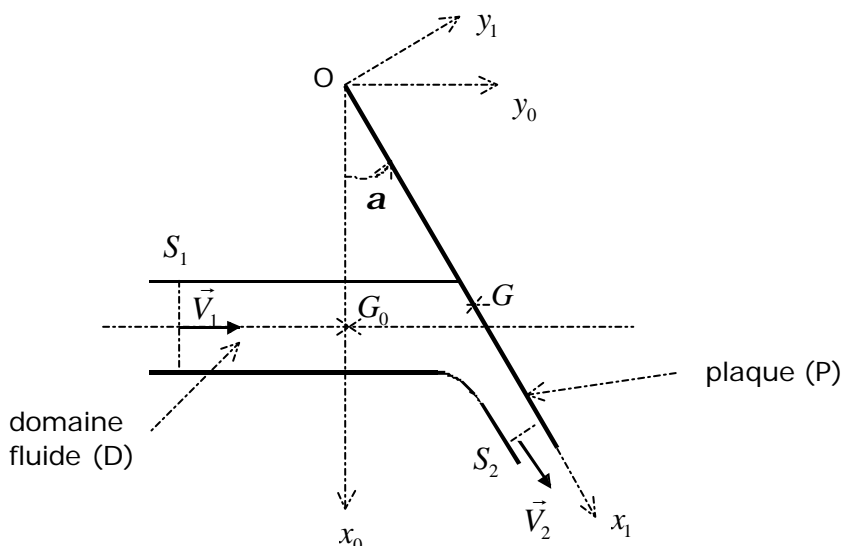
2.5 Quel est alors le régime de l'amortissement ?

2.6 Intégrer cette équation puis tracer l'allure de la courbe  $z$  en fonction du temps  $t$ .

2.7 Déterminer la pseudo-période  $T$  du mouvement du système ( $S$ ) par rapport au sol.

2.8 Application numérique : pour qu'une voiture soit confortable, il faut que les oscillations résultant d'un défaut de la route aient une période adaptée à l'organisme humain, comme par exemple la période de marche qui vaut environ 1s. Calculer la raideur  $k$  du ressort sachant que  $M = 1500$  kg et  $m = 300$  kg.

### Exercice 3 : Jet frappant une plaque



Rq:  $G$  est la position de  $G$  lorsque la plaque (P) est en position verticale.

On considère une plaque carrée (P) de côté  $a$ , de masse  $m$ . Cette plaque est mobile en rotation autour de l'axe  $Oz_0$ . Elle reçoit un faisceau liquide cylindrique de section  $S_1$ , d'axe horizontal, s'écoulant à la vitesse  $\vec{V}_1$  et dirigé vers le centre de gravité  $G$  de la plaque lorsque celle-ci est verticale.