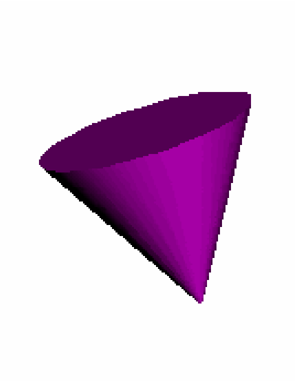
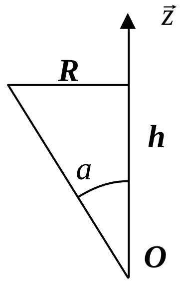
TD N°1 : Centre d'inertie, Aire, Volume

Exercice 1 :

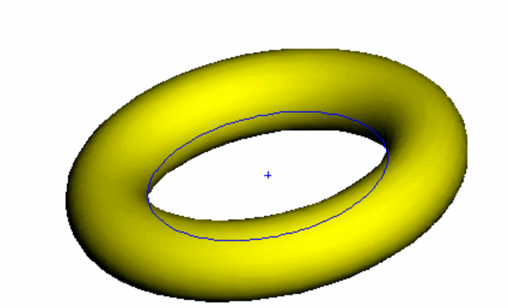
Déterminer la surface et l'aire du cône d'axe $(O;\vec{z})$ dont on a représenté la demi-section ci-dessous :

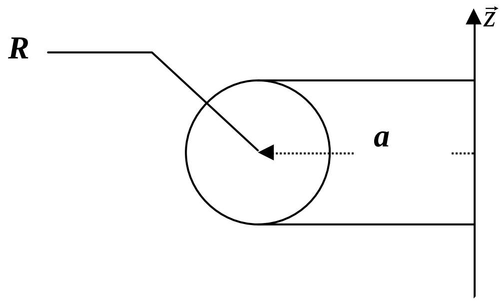




Exercice 2 :

Déterminer la surface et l'aire du tore d'axe $(O;\vec{z})$ dont on a représenté la demi-coupe ci-dessous :

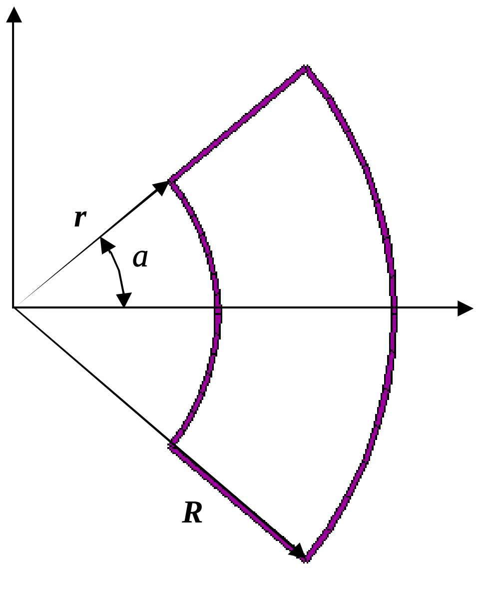




Exercice 3 :

Déterminer la position du centre d'inertie du secteur circulaire homogène représenté ci-dessous. Cette surface représente par exemple la surface de contact entre une plaquette de frein et son disque sur un système de frein à disque de véhicule automobile.

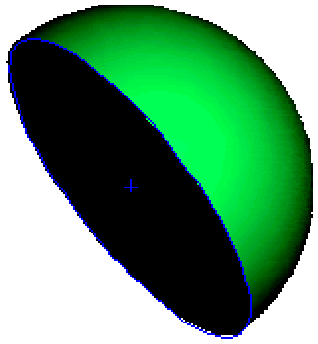
En déduire l'expression de la position du centre d'inertie d'un demi disque de rayon R et d'un demi cercle de rayon R



 Emmanuel FARGES

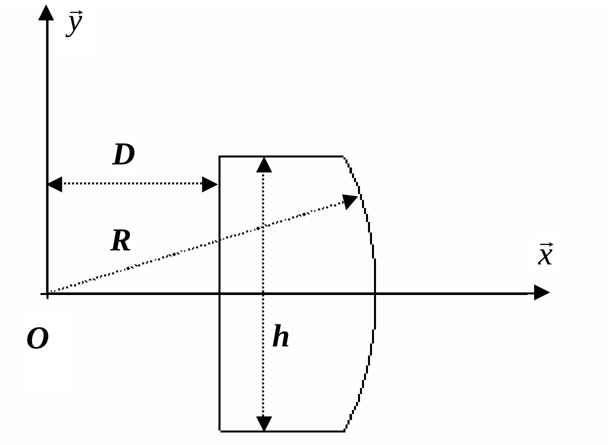
Exercice 4

Déterminer la position du centre de gravité d'une demi-sphère homogène de rayon R

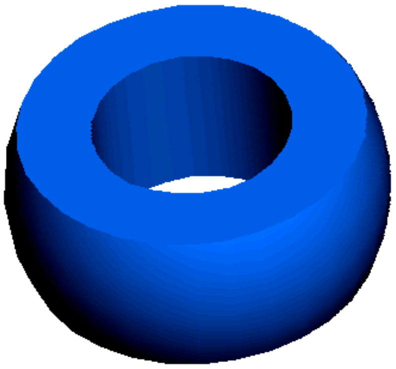


Exercice 5 :(difficile au niveau des calculs)

Déterminer la position du centre de gravité de la surface homogène ci-contre

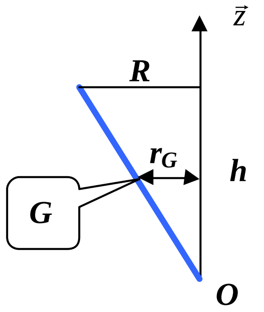


En déduire le volume de la rotule ci-contre dont une section est la surface déterminée au dessus.



TD N°1 : Correction
Centre d'inertie

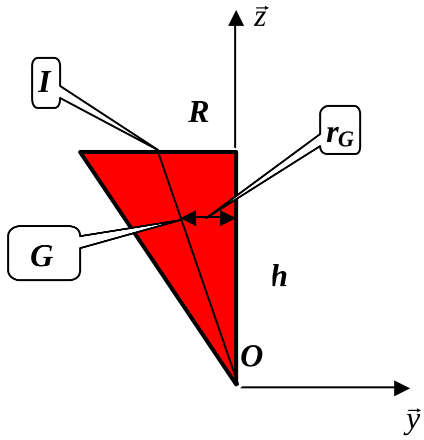
Exercice 1 :



Déterminons l'aire du cône engendrée par la rotation de la ligne bleu de longueur $L = \sqrt{R^2 + h^2}$ et de centre d'inertie G au milieu du segment bleu.
Le premier théorème de Guldin nous permet d'écrire que cette surface est égale au produit de la longueur de la ligne par le périmètre du cercle décrit par le centre d'inertie G de cette ligne

On a donc : $S_{cone} = 2p\, r_G L$

C'est à dire puisque $r_G = \dfrac{R}{2}$: $\boxed{S_{cone} = p\, R\sqrt{R^2 + h^2}}$



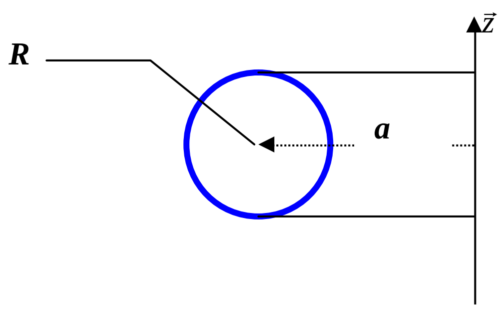
Déterminons le volume du cône engendrée par la rotation de la surface triangulaire rouge d'aire $A = \dfrac{Rh}{2}$ et de centre d'inertie G au $2/3$ des médianes en partant du sommet : $\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{OI}$

Le second théorème de Guldin nous permet d'écrire que ce volume est égale au produit de l'aire de cette surface par le périmètre du cercle décrit par le centre d'inertie G de cette ligne

On a donc : $V_{cone} = 2p\, r_G A$

Or $\overrightarrow{OG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{OI} = \dfrac{2}{3}\left|\begin{matrix} 0 \\ -\dfrac{R}{2} \\ h \end{matrix}\right. = \left|\begin{matrix} 0 \\ -\dfrac{R}{3} \\ h \end{matrix}\right. \Rightarrow y_G = -\dfrac{R}{3} \Rightarrow r_G = \dfrac{R}{3}$, d'où : $\boxed{V_{cone} = \dfrac{1}{3} p\, R^2 h}$

Exercice 2 :



Déterminons l'aire du tore engendrée par la rotation de la ligne bleu de longueur $L = 2p\, R$ et de centre d'inertie G au centre du cercle bleu.
Le premier théorème de Guldin nous permet d'écrire que cette surface est égale au produit de la longueur de la ligne par le périmètre du cercle décrit par le centre d'inertie G de cette ligne

On a donc : $S_{tore} = 2p\, r_G L$

C'est à dire puisque $r_G = a$: $\boxed{S_{tore} = 4p^2 aR}$

Déterminons le volume du tore engendré par la rotation de la surface rouge d'aire $A = p\, R^2$ et de centre G au centre de la surface rouge.
Le second théorème de Guldin nous permet d'écrire que ce volume est égal au produit de l'aire de la surface par le périmètre du cercle décrit par le centre d'inertie G de cette surface.