- CCP DEUG 2003 : Physique 2 -

• **ENONCE :** « Electrocinétique - Electromagnétisme »

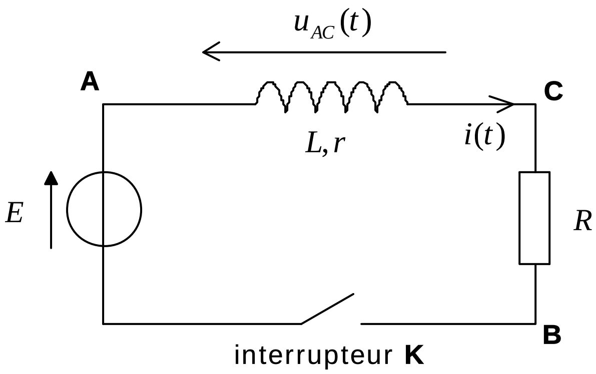
Ce problème, composé de deux parties, permet d'envisager différents aspects de l'induction électromagnétique.

- **Partie A** : électrocinétique –

*Les paragraphes **I** et **II** exploitent la présence d'une bobine d'induction dans un circuit électrique simple.*

I. Régime transitoire dans une bobine

Une source idéale de tension, de f.é.m. E, peut alimenter un dipôle électrocinétique ***AB*** constitué, en série, d'une bobine d'induction ***AC*** (inductance *L* et résistance constante r) et d'un résistor ***CB*** de résistance constante *R* (figure 1).



- figure 1 -

Au temps *t* = 0, pris comme instant initial, l'interrupteur ***K*** est abaissé et le circuit est fermé.
Soit $u_{AC}(t)$, la tension aux bornes de la bobine et *i*(t), l'intensité dans le circuit.
On pose $t = L/(R+r)$.

1.1) Rappeler la relation entre la tension $u_{AC}(t)$ et l'intensité *i(t)*.

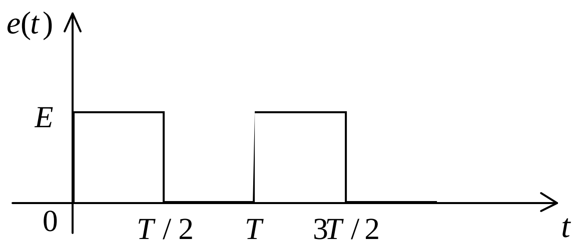
1.2) Ecrire, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle linéaire du 1er ordre dont *i(t)* est solution (équation de maille).

1.3) Déterminer, par intégration de l'équation précédente, l'expression de *i(t)*.

1.4) En déduire l'expression de la tension $u_{AC}(t)$.

1.5) Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions *i(t)* et $u_{AC}(t)$.

1.6) Que deviennent ces deux courbes, si le générateur délivre une tension « créneau » *e(t)* de période *T* (avec $t \ll T/2$) ? La tension est définie de la façon suivante (figure 2) :



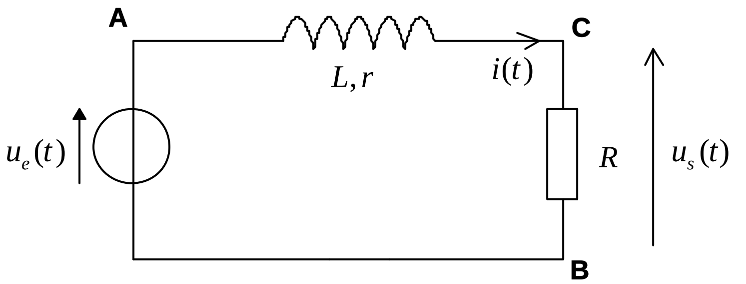
$0 \leq t \leq T/2 : \quad e(t) = E$

$T/2 \leq t \leq T : \quad e(t) = 0$

- figure 2 -

II. Circuit linéaire en régime sinusoïdal

La source idéale de tension précédente, de f.e.m E, est remplacée par un générateur de tension alternative sinusoïdale $u_e(t) = U_m \cos(wt)$ (figure 3) :



- figure 3 -

Soit $u_s(t)$ la tension de sortie aux bornes du résistor.

On pose w_0 = *(R+r)/L* et *K* = *R/(R+r).*

2.1) Soient $\underline{u}_s$ et $\underline{u}_e$ les amplitudes complexes respectives des tensions de sortie et d'entrée.

2.1.1. Écrire l'impédance complexe $\underline{Z}_{AB}(jw)$ du dipôle ***AB***. On rappelle l'égalité $j^2 = -1$.

2.1.2. Exprimer, en fonction de K, w et w_0, la fonction de transfert (ou transmittance) définie par le rapport complexe $\underline{H}(jw) = \underline{u}_s / \underline{u}_e$.

2.2) La fonction de transfert est caractérisée par son gain (ou module) $G(w)$ et par son argument $j(w)$ (ou déphasage entre les tensions $\underline{u}_s$ et $\underline{u}_e$).

2.2.1. Déterminer, en fonction de K, w et w_0 , les fonctions $G(w)$ et $j(w)$.

2.2.2. Représenter, en fonction de $\log w$, l'allure de la courbe de gain $G_{dB} = 20 \log G(w)$.

2.2.3. Même question pour la courbe de phase $j(w)$.

2.3) Quelle est la caractéristique principale de ce montage ?

- Partie B :Électromagnétisme -

*Les paragraphes **I** et **II** proposent l'étude de quelques phénomènes dissipatifs liés à l'induction.*

Dans un référentiel **R** , en un point *M* d'un circuit conducteur se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_e(M)_{/R}$ dans un champ magnétique $\vec{B}(M)$, il apparaît le champ électromoteur induit :

$$\vec{E}_m(M)_{/R} = -\frac{\partial \vec{A}(M,t)}{\partial t} + \vec{v}_e(M)_{/R} \wedge \vec{B}(M) \qquad \textbf{(1)}$$

$\vec{A}(M,t)$ est le potentiel vecteur lié au champ $\vec{B}(M)$ par les relations $\vec{B}(M) = \overrightarrow{rot}\vec{A}(M,t)$ et $div\vec{A} = 0$. Ces deux relations locales permettent l'établissement de la relation intégrale, valable pour toute surface **S**, non fermée, s'appuyant sur le contour ***C*** :

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

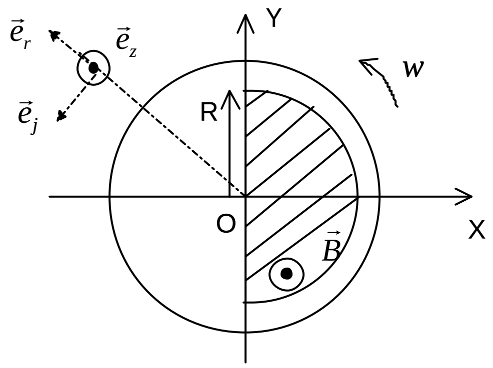
L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct *(Ox, Oy, Oz)* de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On pourra utiliser, le cas échéant, le système de coordonnées cylindriques, constitué du triplet $(\vec{e}_r, \vec{e}_j, \vec{e}_z)$.

I. Disque métallique en rotation dans un champ magnétique

Un disque métallique parfaitement conducteur (cuivre), de centre O, d'épaisseur *h* et de conductivité g , est situé dans le plan *xOy*.

Ce disque est entraîné, autour de son axe *Oz*, par un moteur, dans un mouvement de rotation de vitesse angulaire w .

Un dispositif, non précisé ici, engendre un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$, uniforme dans toute l'épaisseur du disque, à l'intérieur d'un volume demi-cylindrique de rayon R, contenant tous les points *M(x,y,z)* du disque tels que $0 \leq r \leq R$ et $x \geq 0$, avec *r* distance du point *M* à l'axe *Oz* (figure 4).



<u>Remarque</u> : la zone hachurée correspond à la région de champ $\vec{B}$

- figure 4 -

1.1) $\vec{B}$ est un vecteur uniforme et constant. Montrer que l'expression vectorielle **(1)** définissant le champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)_{/R}$ se simplifie.

1.2) Soit un point *M* du disque, situé à la distance *r* de l'axe *Oz*.

1.2.1. Écrire, en fonction de r, w et $\vec{e}_j$, l'expression vectorielle de la vitesse $\vec{v}_e(M)$ du point M.

1.2.2. En déduire l'expression vectorielle du champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)_{/R}$ lorsque le point *M* se trouve dans le champ magnétique.

1.2.3. Recopier, approximativement, la figure **4** et représenter le vecteur $\vec{E}_m(M)_{/R}$ en un point choisi dans la région où règne le champ magnétique.

1.2.4. Le conducteur obéit à la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression vectorielle du vecteur densité de courant induit $\vec{j}_i(M)$.

1.2.5. Le champ électromoteur $\vec{E}_m(M)_{/R}$ agit-il dans un circuit ouvert ou dans un circuit fermé ?

1.2.6. Compléter, en fonction de la réponse donnée à la question précédente, le dessin du paragraphe 1.2.3. :

- dans l'hypothèse d'un circuit ouvert, indiquer les zones d'accumulation et de défaut d'électrons
- dans l'hypothèse d'un circuit fermé, proposer le tracé d'un circuit que peuvent emprunter les charges mises en mouvement.

1.3) Dans la partie du disque soumise au champ $\vec{B}$, le courant induit dissipe une puissance volumique donnée par l'expression :

$$\frac{dP}{dt} = g\,(E_m)^2 \qquad \text{avec } dt = \text{volume élémentaire de conducteur}$$

1.3.1. Sous quelle forme cette puissance électrique est-elle dissipée (ou dégradée) ?