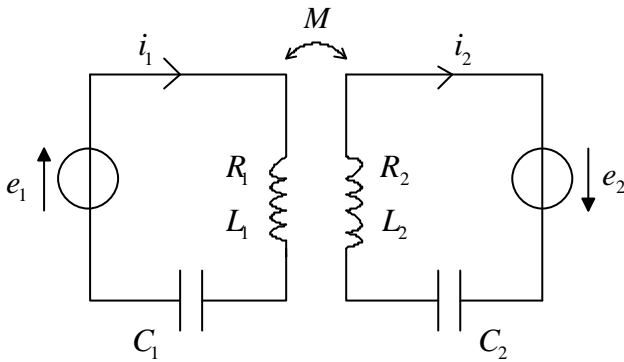


- EXERCICE 28.9 -

- **ENONCE :** « Circuits R-L-C couplés par induction »



On considère deux circuits R-L-C couplés par mutuelle induction (coefficient M).

- 1) a) écrire les équations différentielles auxquelles satisfont $i_1(t)$ et $i_2(t)$.
 b) on se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω ; mettre le système d'équations sous la forme :

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

- c) en déduire l'expression de i_2 en fonction de e_1 , e_2 , M et de :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \left(L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} \right) \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = R_2 + j \left(L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega} \right)$$

- 2) On considère maintenant que $e_2(t) = 0$ et $e_1(t) = V \cos(\omega t)$; de plus, les deux circuits sont « accordés » :

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 = \frac{1}{\omega_0^2}$$

On pose:

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{L_1 \omega_0}{R_1} ; \quad Q_2 = \frac{L_2 \omega_0}{R_2} ; \quad Q = \frac{2Q_1 Q_2}{Q_1 + Q_2} \\ k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} ; \quad a = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} ; \quad x = 2Qa \\ n^2 = 4 \times \frac{(1 + k^2 Q_1 Q_2) Q_1 Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2} \end{cases}$$

- a) que représentent les grandeurs introduites ci-dessus ?

- b) après calculs, on montre que : $r = \frac{I_2(\omega)}{I_2(\omega_0)} = \frac{n^2}{\sqrt{(n^2 - x^2)^2 + 4x^2}}$

($I_2(\omega)$ et $I_2(\omega_0)$) représentent des **valeurs efficaces**)



EXERCICE

Pour n fixé, étudier la variation de r en fonction de x (on fera apparaître une valeur critique pour n).

c) dans le cas où r est maximum pour deux pulsations ω_1 et ω_2 , montrer que ω_1 et ω_2 sont symétriques par rapport à ω_0 .

d) calculer le rapport $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0}$ (on prendra $\omega_1 > \omega_2$).

3) On prend maintenant $Q_1 = Q_2 = Q$:

a) montrer que plus le facteur de qualité Q est grand, plus le phénomène « apparition de deux maximums » (pour la courbe $r(\omega)$) a lieu pour un couplage « lâche » (k faible).

b) étudier la variation du rapport $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0}$ en fonction de k (à Q fixé), puis en fonction de Q (à k fixé) ; calculer enfin $(\omega_1 - \omega_2)_{\max}$.
