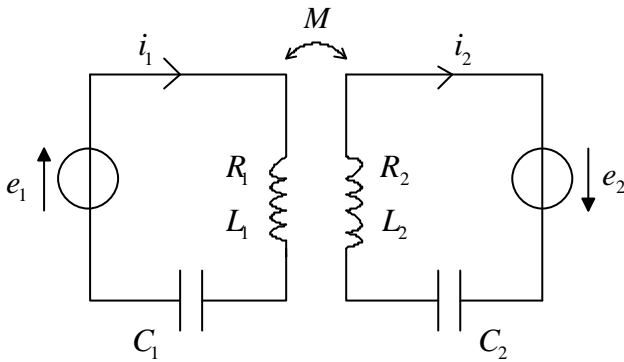


**- EXERCICE 28.9 -**

- **ENONCE :** « Circuits R-L-C couplés par induction »



On considère deux circuits R-L-C couplés par mutuelle induction (coefficient M).

- 1) a) écrire les équations différentielles auxquelles satisfont  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$ .

b) on se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation  $\omega$  ; mettre le système d'équations sous la forme :

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

- c) en déduire l'expression de  $i_2$  en fonction de  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $M$  et de :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \left( L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} \right) \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = R_2 + j \left( L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega} \right)$$

2) On considère maintenant que  $e_2(t) = 0$  et  $e_1(t) = V \cos(\omega t)$  ; de plus, les deux circuits sont « accordés » :

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 = \frac{1}{\omega_0^2}$$

On pose:

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{L_1 \omega_0}{R_1} ; & Q_2 = \frac{L_2 \omega_0}{R_2} ; & Q = \frac{2Q_1 Q_2}{Q_1 + Q_2} \\ k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} ; & a = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} ; & x = 2Qa \\ n^2 = 4 \times \frac{(1 + k^2 Q_1 Q_2) Q_1 Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2} \end{cases}$$

- a) que représentent les grandeurs introduites ci-dessus ?

b) après calculs, on montre que :

$$r = \frac{I_2(\omega)}{I_2(\omega_0)} = \frac{n^2}{\sqrt{(n^2 - x^2)^2 + 4x^2}}$$

( $I_2(\omega)$  et  $I_2(\omega_0)$ ) représentent des **valeurs efficaces**)



## EXERCICE

Pour  $n$  fixé, étudier la variation de  $r$  en fonction de  $x$  (on fera apparaître une valeur critique pour  $n$ ).

c) dans le cas où  $r$  est maximum pour deux pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , montrer que  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont symétriques par rapport à  $\omega_0$ .

d) calculer le rapport  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0}$  (on prendra  $\omega_1 > \omega_2$ ).

3) On prend maintenant  $Q_1 = Q_2 = Q$  :

a) montrer que plus le facteur de qualité  $Q$  est grand, plus le phénomène « apparition de deux maximums » (pour la courbe  $r(\omega)$ ) a lieu pour un couplage « lâche » ( $k$  faible).

b) étudier la variation du rapport  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0}$  en fonction de  $k$  (à  $Q$  fixé), puis en fonction de  $Q$  (à  $k$  fixé) ; calculer enfin  $(\omega_1 - \omega_2)_{\max}$ .

\*\*\*\*\*