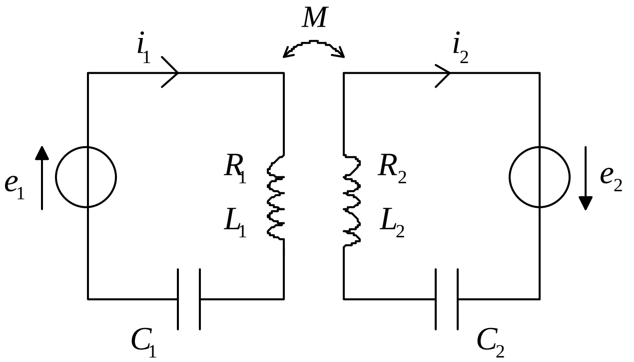
- EXERCICE 28.9 -

● **ENONCE :** « Circuits R-L-C couplés par induction »



On considère deux circuits R-L-C couplés par mutuelle induction (coefficient M).

1) a) écrire les équations différentielles auxquelles satisfont $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

b) on se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation w ; mettre le système d'équations sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \underline{e}_1 \\ \underline{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix}$$

c) en déduire l'expression de $\underline{i}_2$ en fonction de $\underline{e}_1$, $\underline{e}_2$, M et de :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\left(L_1 w - \frac{1}{C_1 w}\right) \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = R_2 + j\left(L_2 w - \frac{1}{C_2 w}\right)$$

2) On considère maintenant que $e_2(t) = 0$ et $e_1(t) = V\cos(wt)$; de plus, les deux circuits sont « accordés » : $L_1C_1 = L_2C_2 = \dfrac{1}{w_0^2}$

On pose:

$$\begin{cases} Q_1 = \dfrac{L_1 w_0}{R_1} \; ; \quad Q_2 = \dfrac{L_2 w_0}{R_2} \; ; \quad Q = \dfrac{2Q_1Q_2}{Q_1 + Q_2} \\ k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}} \; ; \quad a = \dfrac{w - w_0}{w_0} \; ; \quad x = 2Qa \\ n^2 = 4 \times \dfrac{(1 + k^2Q_1Q_2)Q_1Q_2}{(Q_1 + Q_2)^2} \end{cases}$$

a) que représentent les grandeurs introduites ci-dessus ?

b) après calculs, on montre que : $r = \dfrac{I_2(w)}{I_2(w_0)} = \dfrac{n^2}{\sqrt{(n^2 - x^2)^2 + 4x^2}}$

($I_2(w)$ et $I_2(w_0)$ représentent des **valeurs efficaces**)

Pour n fixé, étudier la variation de r en fonction de x (on fera apparaître une valeur critique pour n).

c) dans le cas où r est maximum pour deux pulsations w_1 et w_2, montrer que w_1 et w_2 sont symétriques par rapport à w_0.

d) calculer le rapport $\frac{w_1 - w_2}{w_0}$ (on prendra $w_1 \succ w_2$).

3) On prend maintenant $Q_1 = Q_2 = Q$:

a) montrer que plus le facteur de qualité Q est grand, plus le phénomène « apparition de deux maximums » (pour la courbe $r(w)$) a lieu pour un couplage « lâche » (k faible).

b) étudier la variation du rapport $\frac{w_1 - w_2}{w_0}$ en fonction de k (à Q fixé), puis en fonction de Q (à k fixé) ; calculer enfin $(w_1 - w_2)_{\max}$.

****