

MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGÉES

Plan (Cliquez sur le titre pour accéder au paragraphe)

I.	Force de Lorentz.	1
II.	Particule (q, m) dans \vec{E} permanent.	1
III.	Particule (q, m) dans \vec{B} permanent.	2
IV.	Particule (q, m) dans \vec{E} et \vec{B} permanents.	4
V.	Applications.	6
VI.	Cas d'un électron dans un métal.	7

I. Force de Lorentz.

Dans un référentiel galiléen, toute particule chargée, de charge q, animée d'une vitesse \vec{v} , placée dans un champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) (permanent ou non) est soumise à la force de Lorentz :

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

Il s'agit d'un des postulats fondamentaux de l'électromagnétisme.

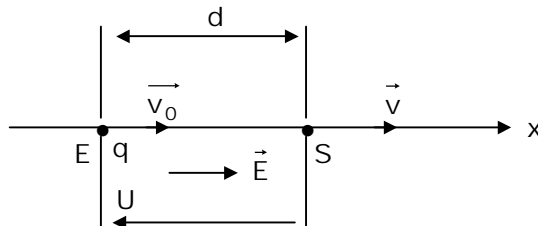
Rem. : la composante magnétique de cette force, $\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}$, est appelée force de Laplace.

II. Particule (q, m) dans \vec{E} permanent.

La seule force prise en compte sera la force électrique $q\vec{E}$.

II.1. \vec{E} parallèle à \vec{v}_0 :

On cherche à accélérer une particule chargée de vitesse initiale v_0 :



Pour $q > 0$, il faut orienter \vec{E} dans le sens de \vec{v}_0 .

On peut par exemple utiliser un condensateur plan ; $U = Ed$ est la « ddp accélératrice ».

Par application du TEC, on obtient :

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = q U \quad (q U > 0)$$

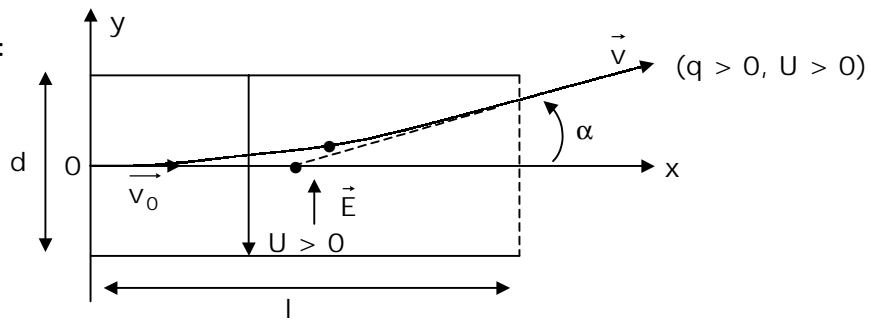
En général, $v_0 \ll v$, donc la vitesse de sortie de la particule est :

$$v \approx \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGÉES

II.2. \vec{E} perpendiculaire à \vec{v}_0 :

On cherche à dévier une particule chargée de vitesse initiale \vec{v}_0 .



Appliquons la RFD à la particule :

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

Soit par projection :

$$\begin{cases} \overset{\infty}{x} = 0 \\ \overset{\infty}{y} = \frac{qE}{m} \\ \overset{\infty}{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

La trajectoire est donc une parabole dans le plan Oxy, d'équation :

$$y = \frac{1}{2} \frac{qE}{mv_0^2} x^2$$

A la sortie du condensateur, la particule est en TRU à la vitesse \vec{v} .

La grandeur intéressante est la déviation α telle que :

$$\tan \alpha = \frac{y(\ell)}{\ell/2} = \frac{\frac{1}{2} \frac{qE \ell^2}{mv_0^2}}{\ell/2}$$

Soit :

$$\tan \alpha = \frac{qE \ell}{mv_0^2} = \frac{qU \ell}{dmv_0^2}$$

III. Particule (q, m) dans \vec{B} permanent.

L'application du TPC dans (R) galiléen donne :

$$\frac{dE_C}{dt} = (q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$$

Donc

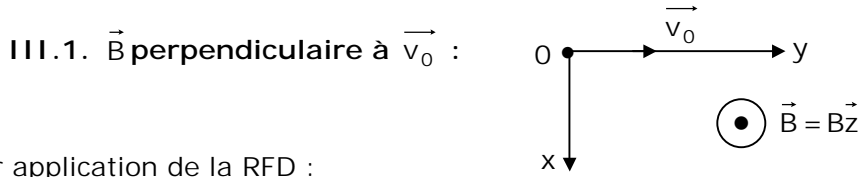
$$E_C = \text{cste} = \frac{1}{2} mv^2$$

Soit :

$$v = \text{cste} = v_0$$

MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGÉES

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ \vec{B} est donc uniforme.



Par application de la RFD :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = + q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

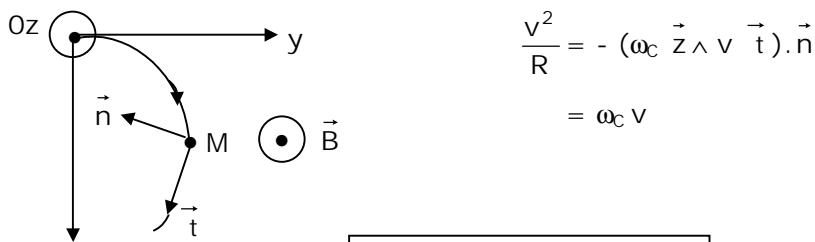
Ou encore :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = - \vec{\omega}_C \wedge \vec{v} \quad , \quad \text{en posant} \quad \boxed{\vec{\omega}_C = \frac{q\vec{B}}{m}}$$

- En projection sur \vec{z} :

$$\begin{aligned} \overset{oo}{z} &= - (\vec{\omega}_C \wedge \vec{v}) \cdot \vec{z} = 0 \\ \Rightarrow \overset{o}{z} &= \text{cste} = 0 \\ \Rightarrow z &= \text{cste} = 0 : \text{ le mouvement est } \underline{\text{plan}} \text{ dans le plan } Oxy. \end{aligned}$$

- En projection sur \vec{n} , vecteur normal principal à la trajectoire :



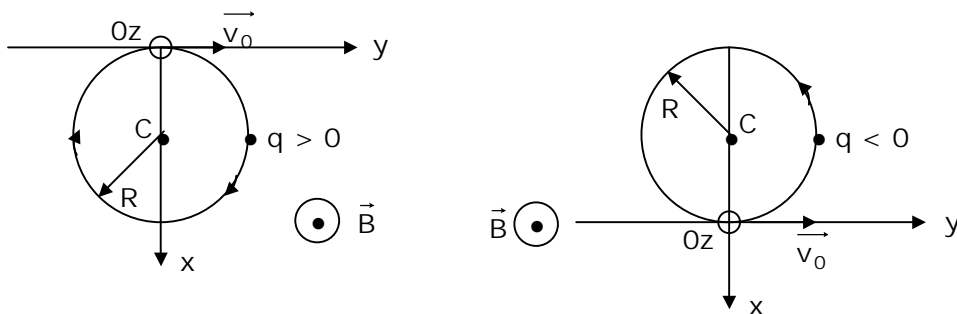
$$\begin{aligned} \frac{v^2}{R} &= - (\omega_C \vec{z} \wedge v \vec{t}) \cdot \vec{n} \\ &= \omega_C v \end{aligned}$$

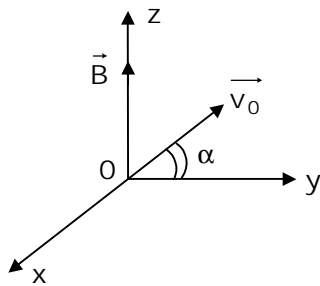
Comme $v = v_0 = \text{cste}$:

$$\boxed{R = \frac{v_0}{\omega_C} = \frac{m v_0}{q B} = \text{cste}}$$

La rayon de courbure est constant : la trajectoire est donc circulaire, décrite à la pulsation $\omega_C = \frac{qB}{m}$, appelée pulsation cyclotron.

Rem. : les résultats précédents ont été écrits avec $q > 0$. Pour $q < 0$, $\omega_C = \frac{|q|B}{m}$ et $R = \frac{m v_0}{|q|B}$.



III.2. \vec{B} non perpendiculaire à \vec{v}_0 :


$$\begin{cases} \vec{B} = B\vec{z} \\ \vec{v}_0 = (\cos \alpha \vec{y} + \sin \alpha \vec{z}) \end{cases}$$

On a toujours :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega_c \vec{z} \wedge \vec{v}$$

- En projection sur \vec{z} :

$$\overset{\circ}{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \overset{\circ}{z} = \text{cste} = v_0 \sin \alpha$$

D'où : $\underline{z(t) = (v_0 \sin \alpha) t}$

Le mouvement selon Oz est uniforme, de vitesse $v_0 \sin \alpha$.

Posons alors : $\vec{v} = \overset{\circ}{z} \vec{z} + \vec{V}$

- En projection sur le plan Oxy, on a :

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = q \vec{V} \wedge \vec{B}, \quad \text{avec } \vec{V}_0 = (v_0 \cos \alpha) \vec{y}$$

On est donc ramené au problème précédent, avec $v_0 \rightarrow v_0 \cos \alpha$.

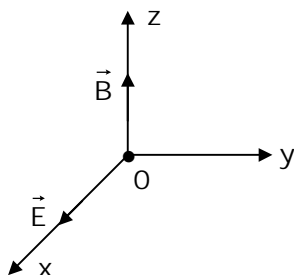
La trajectoire projetée dans le plan Oxy est donc un cercle, de rayon $R = \frac{m v_0 \cos \alpha}{qB}$, décrit à la

pulsation $\omega_c = \frac{qB}{m}$ (pour $q > 0$). Ainsi, la trajectoire est hélicoïdale.

 IV. Particule (q, m) dans \vec{E} et \vec{B} permanents.

On se limite du cas où

$$\begin{cases} \vec{v}_0 = \vec{0} \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases}$$



On suppose que la particule est en 0 à $t = 0$.