MOUVEMENTS DE PARTICULES CHARGEES

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

****

I. Force de Lorentz.

Dans un référentiel galiléen, toute particule chargée, de charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$, placée dans un champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ (permanent ou non) est soumise à la force de Lorentz :

$$\boxed{\overrightarrow{F_{Lorentz}} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$$

Il s'agit d'un des postulats fondamental de l'électromagnétisme.

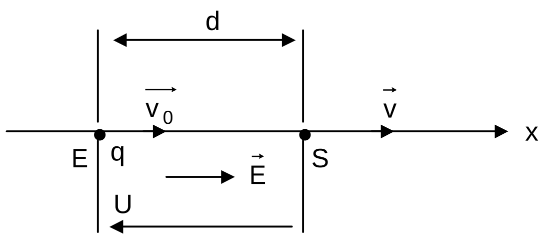
Rem. : la composante magnétique de cette force, $\overrightarrow{F_m} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$, est appelée force de Laplace.

II. Particule (q, m) dans $\vec{E}$ permanent.

La seule force prise en compte sera la force électrique $q\vec{E}$.

II.1. $\vec{E}$ parallèle à $\overrightarrow{v_0}$:

On cherche à accélérer une particule chargée de vitesse initiale v_0 :



Pour q > 0, il faut orienter $\vec{E}$ dans le sens de $\overrightarrow{v_0}$.

On peut par exemple utiliser un condensateur plan ; U = Ed est la « ddp accélératrice ».

Par application du TEC, on obtient :

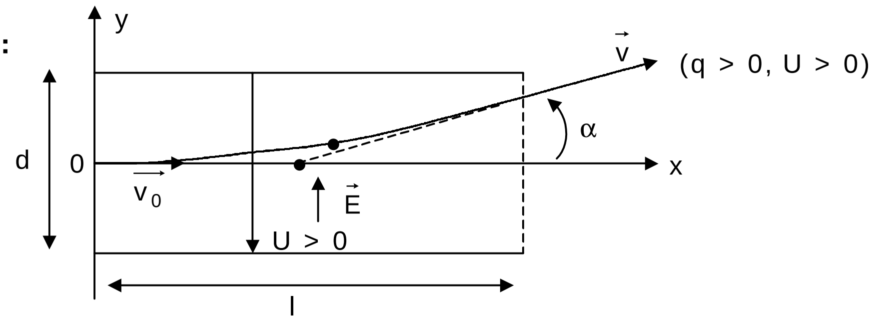
$$\frac{1}{2}\,mv^2 - \frac{1}{2}\,mv_0^2 = q\,U \quad (q\,U > 0)$$

En général, $v_0 << v$, donc la vitesse de sortie de la particule est :

$$\boxed{v \approx \sqrt{\frac{2\,qU}{m}}}$$

II.2. $\vec{E}$ perpendiculaire à $\vec{v_0}$:

On cherche à dévier une particule chargée de vitesse initiale $\vec{v_0}$.



Appliquons la RFD à la particule :

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

Soit par projection :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = \dfrac{qE}{m} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

La trajectoire est donc une parabole dans le plan 0xy, d'équation :

$$y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m{v_0}^2}x^2$$

A la sortie du condensateur, la particule est en TRU à la vitesse $\vec{v}$.

La grandeur intéressante est la déviation α telle que :

$$\tan\alpha = \frac{y(\ell)}{\ell/2} = \frac{\dfrac{1}{2}\dfrac{qE\,\ell^2}{m{v_0}^2}}{\ell/2}$$

Soit :

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{qE\,\ell}{m{v_0}^2} = \frac{qU\ell}{dm{v_0}^2}}$$

III. Particule (q, m) dans $\vec{B}$ permanent.

L'application du TPC dans (R) galiléen donne :

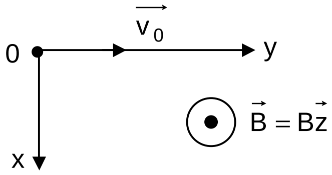
$$\frac{dE_C}{dt} = (q\vec{v}\wedge\vec{B}).\vec{v} = 0$$

Donc $E_C = \text{cste} = \dfrac{1}{2}mv^2$

Soit : $\boxed{v = \text{cste} = v_0}$

Le mouvement d'une particule chargée dans un champ $\vec{B}$ est donc <u>uniforme</u>.

III.1. $\vec{B}$ perpendiculaire à $\vec{v_0}$:



Par application de la RFD :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = + q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Ou encore : $\frac{d\vec{v}}{dt} = - \vec{\omega_C} \wedge \vec{v}$, en posant $\boxed{\vec{\omega_C} = \frac{q\vec{B}}{m}}$

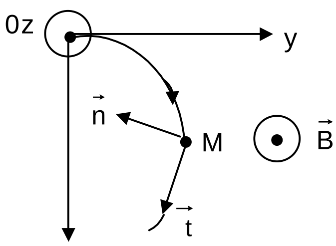
- En projection sur $\vec{z}$:

$$\ddot{z} = - (\vec{\omega_C} \wedge \vec{v}).\,\vec{z} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \dot{z} = \text{cste} = 0$$

$\Rightarrow$ z = cste = 0 : le mouvement est <u>plan</u> dans le plan 0xy.

- En projection sur $\vec{n}$, vecteur normal principal à la trajectoire :



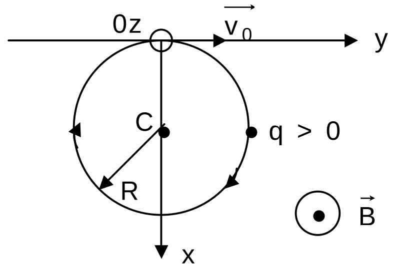
$$\frac{v^2}{R} = - (\omega_C\, \vec{z} \wedge v\, \vec{t}).\vec{n}$$

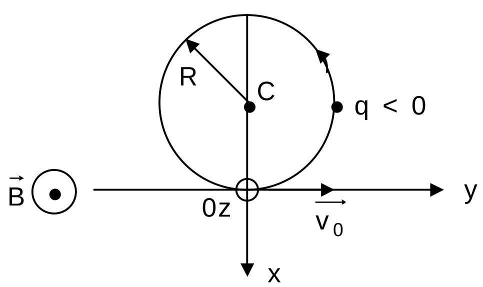
$$= \omega_C\, v$$

Comme $v = v_0$ = cste : $\boxed{R = \frac{v_0}{\omega_C} = \frac{m\,v_0}{q\,B} = \text{cste}}$

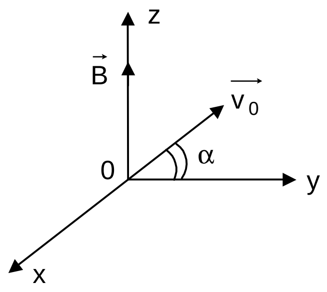
La rayon de courbure est constant : la trajectoire est donc <u>circulaire</u>, décrite à la pulsation $\omega_C = \frac{q\,B}{m}$, appelée pulsation <u>cyclotron</u>.

<u>Rem.</u> : les résultats précédents ont été écrits avec $q > 0$. Pour $q < 0$, $\omega_C = \frac{|q|\,B}{m}$ et $R = \frac{m\,v_0}{|q|\,B}$.





III.2. $\vec{B}$ non perpendiculaire à $\vec{v_0}$:



$$\begin{cases} \vec{B} = B\vec{z} \\ \vec{v_0} = (\cos\alpha\,\vec{y} + \sin\alpha\,\vec{z}) \end{cases}$$

On a toujours : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = -\,\vec{\omega_C} \wedge \vec{v}$$

- En projection sur $\vec{z}$:

$$\ddot{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{z} = \text{cste} = v_0 \sin\alpha$$

D'où : $\underline{z(t) = (v_0 \sin\alpha)\, t}$

Le mouvement selon 0z est uniforme, de vitesse $v_0 \sin\alpha$.

Posons alors : $\vec{v} = \dot{z}\,\vec{z} + \vec{V}$

- En projection sur le plan 0xy, on a :

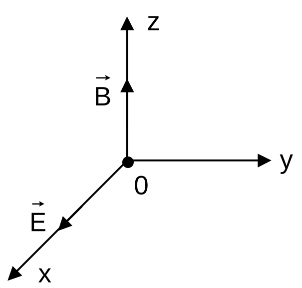
$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = q\,\vec{V} \wedge \vec{B} \quad \text{, avec} \quad \vec{V_0} = (v_0 \cos\alpha)\,\vec{y}$$

On est donc ramené au problème précédent, avec $v_0 \to v_0 \cos\alpha$.

La trajectoire <u>projetée</u> dans le plan 0xy est donc un <u>cercle</u>, de rayon $R = \dfrac{m\,v_0 \cos\alpha}{qB}$, décrit à la pulsation $\omega_C = \dfrac{qB}{m}$ (pour $q > 0$). Ainsi, la trajectoire est <u>hélicoïdale</u>.

IV. Particule (q, m) dans $\vec{E}$ et $\vec{B}$ permanents.

On se limite du cas où $\begin{cases} \vec{v_0} = \vec{O} \\ \vec{E} \perp \vec{B} \end{cases}$



On suppose que la particule est en 0 à t = 0.