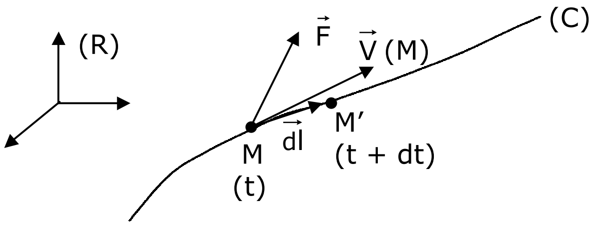
ASPECT ENERGETIQUE

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

****

I. Travail et puissance d'une force.



Si M est soumis à la force $\vec{F}$ et se déplace dans (R), cette force travaille.

I.1 - Le travail élémentaire de $\vec{F}$ de M à M' (pendant dt) est :

$$\boxed{\delta W = \vec{F}\,.\,\vec{dl} = \vec{F}\,.\,\vec{V}\,dt}$$

I.2 - Le travail de la force $\vec{F}$ de M_1 à M_2 est alors :

$$\boxed{W_1^2 = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F}\,.\,\vec{dl}} \qquad \text{(W en Joules)}$$

Rem. :

- En général, <u>le travail d'une force dépend du « chemin suivi »</u> pour aller de M_1 à M_2. Pour une force de frottement, il paraît évident que |W| augmentera avec la longueur du trajet.
- <u>W dépend bien sûr du référentiel d'étude</u>. On omettra de préciser ce référentiel, s'il n'y a pas d'ambiguïté.

I.3 - La puissance P de la force $\vec{F}$ (dans (R)) est :

$$\boxed{P = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F}\,.\,\vec{V}} \qquad \text{(P en watts)}$$

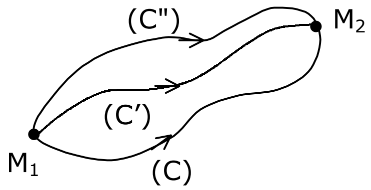
Pour un système de force $\vec{F_i}$ s'appliquant en des points M_i de vitesses $\vec{V_i}$, on aura évidemment :

$$P = \sum_i \vec{F_i}\,.\,\vec{V_i}$$

II. Cas d'une force dérivant d'une énergie potentielle.

Par définition :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,E_p$$

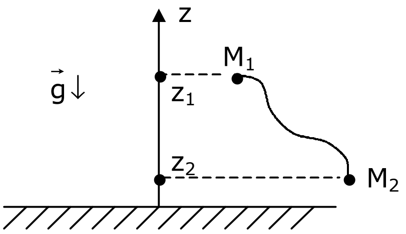


Donc : $\boxed{\begin{array}{l}\delta W = -\,dE_p \\ W_1^2 = E_p(M_1) - E_p(M_2)\end{array}}$, $\forall$ (C)

Dans ce cas, W_1^2 ne dépend donc pas du chemin suivi, mais que du « point de départ M_1 » et du « point d'arrivée » M_2.

Exemples

- <u>Poids d'un corps</u> : si $\vec{g} = -g\,\vec{z}$, g = cste

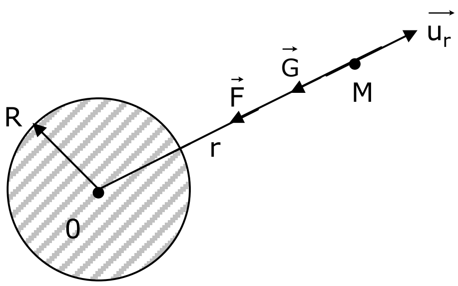


$$\overrightarrow{mg} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,(mgz + \text{cste})$$

Donc : $\boxed{E_p = mgz + \text{cste}}$

Et : $\boxed{W_1^2 = E_{p_1} - E_{p_2} = mg\,(z_1 - z_2)}$ (Travail moteur si $z_1 > z_2$, résistant si $z_1 < z_2$)

- <u>Force gravitationnelle (terrestre)</u>



Terre
(masse M_T)

Pour r ≥ R :

$$\vec{G} = -g\,\frac{M_T}{r^2}\,\vec{u_r}$$

$$= -\overrightarrow{\text{grad}}\left(-\frac{gM_T}{r}\right)$$

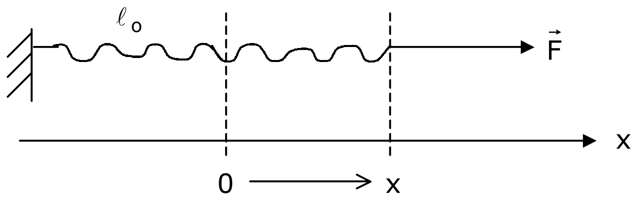
Donc $\boxed{V = -\frac{gM_T}{r} + \text{cste}}$ *(Potentiel de gravitation)*

Et $\vec{F} = m\vec{G} = -g\,\frac{mM_T}{r^2}\,\vec{u_r}$

$$= -\ \overrightarrow{\text{grad}}\left(-\frac{gmM_T}{r}\right)$$

Donc $$\boxed{E_p = mV = -\frac{gmM_T}{r} + \text{cste}}$$

- <u>Tension d'un ressort</u>



(ℓ_o longueur naturelle)

$$\vec{F} = -\ k x \vec{x}$$ (k cste de raideur)

$$= -\ \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)$$

Donc $$\boxed{E_p = \frac{1}{2}kx^2 + \text{cste}}$$ *(énergie potentielle élastique)*

III. Théorème de l'énergie cinétique (TEC) en référentiel galiléen.

En partant de la RFD appliquée à M dans (R) galiléen

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$, on tire :

$$(\Sigma\vec{F}).\vec{v} = m\left(\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v}\right)$$

On pose $$\boxed{E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\vec{p}.\vec{v} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}}$$, énergie cinétique du point M.

Alors : $$\frac{dE_C}{dt} = m\vec{v}.\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ainsi : $$\boxed{\frac{dE_C}{dt} = P(\Sigma\vec{F})}$$ *(Théorème de la puissance cinétique : TPC)*

Ou encore : $$dE_C = (\Sigma\vec{F}).\vec{v}\,dt$$

Soit : $$\boxed{\begin{array}{l} dE_C = \delta W(\Sigma\vec{F}) \\ \Delta E_C = W_1^{\,2}(\Sigma\vec{F}) \end{array}}$$ (TEC sous forme différentielle et sous forme intégrale)