DYNAMIQUE DU POINT

Plan

(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)

****

I. Référentiel galiléen. 1
II. Les forces. 3
III. Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen. 6
IV. Principe des actions réciproques. 7
V. Conséquences de la RFD. 7
VI. Quelques exemples d'application : 9

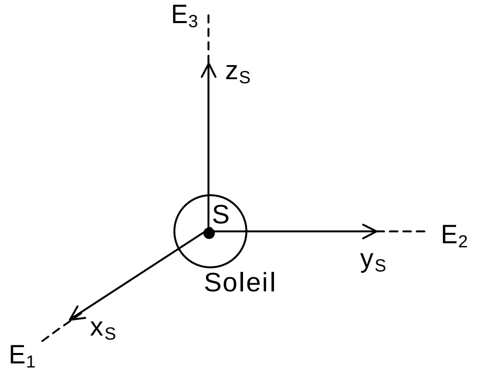
****

I. Référentiel galiléen.

I.1. <u>Définition</u> : un référentiel est dit galiléen si le principe d'inertie y est satisfait.

<u>Principe d'inertie</u> : un système fermé isolé a une quantité de mouvement $\vec{P} = m\vec{V} = \overrightarrow{cste}$ (son centre d'inertie est en TRU).

I.2. <u>Exemple</u> : on postule, en mécanique classique, le référentiel <u>héliocentrique</u> galiléen.



On l'appelle aussi référentiel de <u>Képler</u> (R_S). Son centre est le centre S du soleil, les 3 axes pointent vers 3 étoiles fixes (E_1, E_2, E_3).

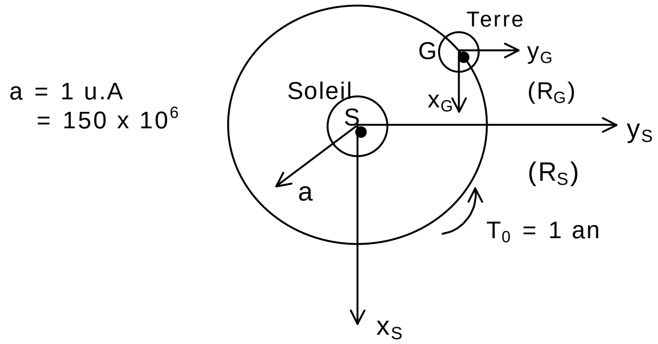
<u>Rem.</u> : on confond en général le référentiel de Képler, et le référentiel de <u>Copernic</u>, dont l'origine est au centre du Système Solaire.

I.3. <u>Propriété</u> : **tous les référentiels galiléens sont en <u>TRU</u> les uns par rapport aux autres.**

I.4. Référentiels « liés à la Terre ».

- La Terre décrit autour du Soleil une ellipse que l'on peut assimiler à un cercle. Soit G son centre.

On définit le référentiel <u>géocentrique</u> (R_G) (ou référentiel de Foucault), de centre G, en translation (circulaire uniforme) par rapport à (R_S) : <u>il n'est donc pas galiléen</u>.

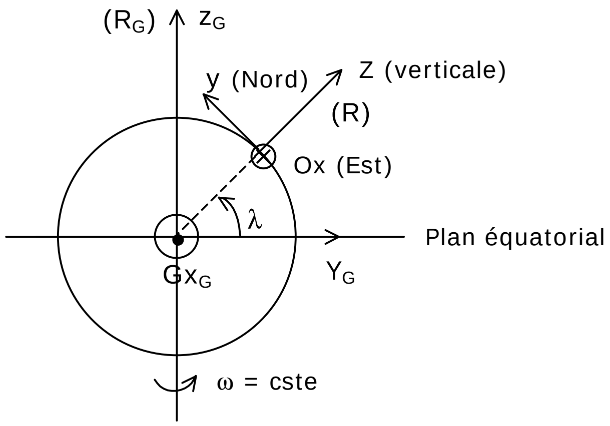


François MORAND

Mais :
Si $\underline{\Delta t << T_0 = 1 \text{ an}}$: (Δt durée au phénomène étudié) l'arc GG' décrit par G pendant Δt peut être assimilé à une portion de droite, et (R_G) sera assimilé à un référentiel galiléen (ce qui revient à négliger l'action du Soleil – et de tous les autres astres – pour l'étude du mouvement d'un « point » au « voisinage » de la Terre).

- La Terre tourne autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire ω.

On peut alors définir un référentiel (R) « lié à la Terre » (tournant avec elle) :



On prend usuellement :

$$\begin{cases} \overrightarrow{Oz} \text{ verticale ascendante} \\ \overrightarrow{Ox} \text{ vers le Nord} \\ \overrightarrow{Ox} \text{ vers l'Est} \end{cases}$$

(R) est en rotation uniforme par rapport à (R_G), donc a priori non galiléen. On pourra approximer (R) comme étant galiléen si :

$$\begin{cases} \Delta t << 24 \text{ h} \\ V \text{ « faible »} \end{cases}$$

(cette dernière condition permettra de négliger la « force de Coriolis » due à rotation terrestre devant les autres forces).

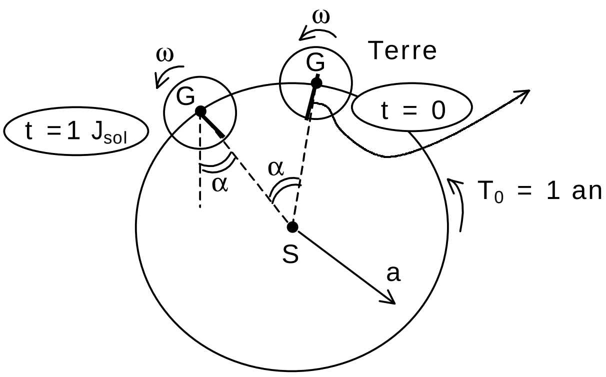
Rem. **:** Jour sidéral (J_{sid})/Jour solaire (J_{sol})

☞ Le jour solaire est l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs du Soleil au même méridien d'un lieu.

$$T_0 = 1 \text{ an} = 365{,}25\ J_{sol}\ ;\ 1\ J_{sol} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

☞ Le jour sidéral est la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles :

$$J_{sid} = \frac{2\Pi}{\omega} = 86164 \text{ s} \approx 23 \text{ h } 56 \text{ min}$$



(Schéma non à l'échelle !)

On voit que, pendant 1 J_{sol}, la Terre a tourné de $2\Pi + \alpha$

Donc : $$\frac{J_{sid}}{J_{sol}} = \frac{2\Pi}{2\Pi + \alpha}$$

Avec : $$\alpha = \frac{2\Pi}{365,25}$$

Ainsi : $$\boxed{J_{sid} = \frac{365,25}{366,25} J_{sol} = 86164 \text{ s}}$$

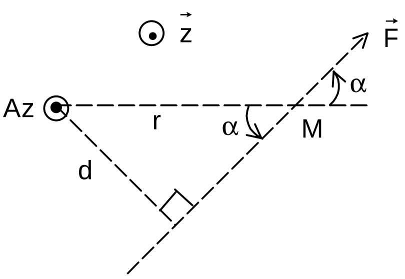
II. Les forces.

II.1. Définitions

II.1. <u>Définitions</u> : en mécanique, l'action d'un système sur un autre est modélisée par un vecteur force $\vec{F}$.

Une force s'exprime en Newtons (symbole N). De manière qualitative, une force provoque un mouvement de translation d'un système matériel qui la subit.
Son moment provoquera une rotation du système : on définit le moment en un point A d'une force s'appliquant en un point M par :

$$\boxed{\vec{m}_{\vec{F}}^{\,t}(A) = \vec{AM} \wedge \vec{F}}$$ (en Nm)



$$\underline{\vec{m}_{\vec{F}}^{\,t}(A) = F(r\sin\alpha)\,\vec{z} = F\,d\,\vec{z}}$$

d est appelé « <u>bas de levier</u> »

Le moment d'une force (qui caractérise « l'efficacité » pour le mouvement de rotation de M autour de Az) est donc le produit du module de la force par le bras de levier (distance à l'axe).

II.2. Forces à distance / Forces de contact.

- Forces à distance : ce sont des forces de « champ ». Elles sont du type :

$$\vec{F} = \alpha\,\vec{G}$$

$$\begin{cases} \alpha \text{ grandeur caractéristique du point M} \\ \vec{G} \text{ champ créant la force} \end{cases}$$

Ex. : $\vec{F} = m\,\vec{g}$, $\vec{F} = q\vec{E}$...

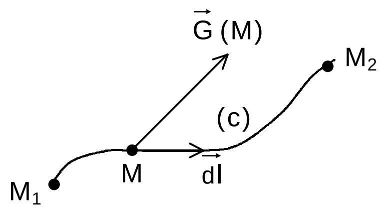
- Forces de contact : ce sont les forces de liaison, pour un point M « lié » (tension d'un fil, réaction d'un support).

II.3. Forces de champ dérivant d'une énergie potentielle :

- On dit que le champ $\vec{G}$ dérive d'un potentiel V si :

$$\boxed{\vec{G} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,V}$$

Alors :



$$\int_{M_1\,(c)}^{M_2} \vec{G}\,.\,\vec{dl} = V(M_1) - V(M_2)$$

est indépendante du chemin suivi (c) pour aller de M_1 à M_2.

Et : $\oint \vec{G}\,.\,\vec{dl} = 0$ sur un chemin fermé.

On dit aussi que $\vec{G}$ est à circulation conservative.

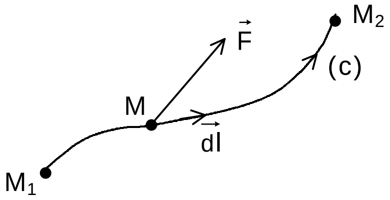
- Si $\vec{G}$ dérive du potentiel V, alors :

$$\vec{F} = \alpha\vec{G} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,(\alpha V) \qquad (\alpha = \text{cste})$$

On dit alors que $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle $E_P = \alpha V$ (E_P en Joules) :

$$\boxed{\vec{F} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\;E_P}$$

On aura de même :



$\underline{\int_{M_1}^{M_2}(c)\ \vec{F}\cdot\vec{dl} = E_{P_1} - E_{P_2}}$ ne dépend pas du chemin suivi pour aller de M_1 à M_2.

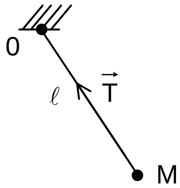
Rem. : • La circulation de $\vec{F}$ de M_1 à M_2 représente le travail de la force $\vec{F}$ (cf IV).

• Une force dérivant d'une énergie potentielle sera aussi appelée force « conservative » (cf IV).

II.4. Forces de liaison.

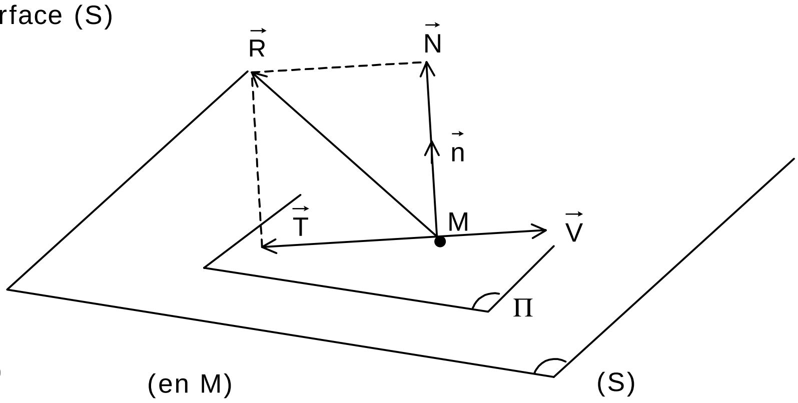
• Tension d'un fil

$$\boxed{\vec{T} = T\,\frac{\overrightarrow{MO}}{\ell}}$$



• Réaction d'un support : lois de Coulomb pour le frottement de glissement.

1^er^ cas : Point lié à une surface (S)



$\left\{\begin{array}{l}\vec{n} \text{ : normale à (S)} \\ (\Pi) \text{ : plan tangent à (S)}\end{array}\right.$ (en M)

Soit $\vec{V}$(M/S) vitesse de M par rapport au support (S) ; M est soumis de la part de (S) à une réaction $\vec{R}$ telle que :

$$\vec{R} = \vec{T} + N\vec{n}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\vec{T} \ // \ (\Pi) \text{ réaction tangentielle, ou force de frottement} \\ \vec{N} = N\vec{n} \ (N > 0) \text{ réaction normale}\end{array}\right.$$

• $\underline{\text{Si } \vec{V} = \vec{O} \text{ (Non glissement)}}$:

$$\underline{\left\|\vec{T}\right\| < f_s N}$$

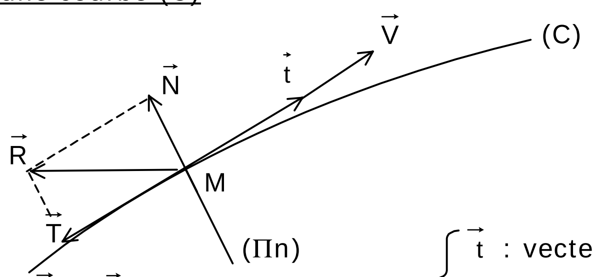
f_s : coefficient de frottement (solide) statique.

• <u>Si $\vec{V} \neq \vec{O}$ (Glissement de M sur (S))</u> :

$$\begin{cases} \underline{\vec{T} = -\lambda \vec{V}} \quad , \quad \lambda > 0 \\ \underline{\left\| \vec{T} \right\| = f_d\, N} \end{cases}$$

f_d coefficient de frottement dynamique.

<u>2^e cas : Point lié à une courbe (C)</u>



$\vec{V} = V\vec{t}$

$$\begin{cases} \vec{t} \text{ : vecteur tangent unitaire à (C) en M} \\ (\Pi n) \text{ : plan normal à (C) en M} \end{cases}$$

Cette fois : $\vec{R} = T\,\vec{t} + \vec{N}$

Avec :

$$\begin{cases} T < f_s\, N & \text{si } \vec{V} = \vec{O} \\ \begin{cases} T.V < O \\ \left\| \vec{T} \right\| = f_d\, N \end{cases} & \text{si } \vec{V} \neq \vec{O} \end{cases}$$

En général, on confond f_d avec f_s : $f_d \approx f_s = f$

Pour une liaison <u>sans frottement (parfaite</u>) :

$$\begin{cases} \underline{f = O} \\ \underline{\vec{R} = \vec{N}} \end{cases}$$

III. Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen.

Soit $\Sigma\vec{F}$ la somme de toutes les forces exercées sur un point matériel M dans un référentiel galiléen (R).
Le principe fondamental de la dynamique (PFD) postule que $\Sigma\vec{F}$ est liée à l'accélération du point M par la relation (RFD) :

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}\,(M/R) = m\,\frac{d\vec{V}(M/R)}{dt}}$$

Dans cette expression, m est la « <u>masse d'inertie</u> » du point matériel M.
(En mécanique classique et relativiste, cette masse est confondue avec la masse de gravitation M, qui intervient dans la loi de Newton).