

DYNAMIQUE DU POINT

Plan (Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)

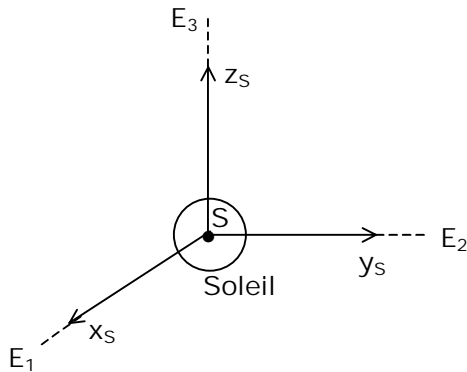
I.	Référentiel galiléen.	1
II.	Les forces.	3
III.	Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen.	6
IV.	Principe des actions réciproques.	7
V.	Conséquences de la RFD.	7
VI.	Quelques exemples d'application :	9

I. Référentiel galiléen.

I.1. Définition : un référentiel est dit galiléen si le principe d'inertie y est satisfait.

Principe d'inertie : un système fermé isolé a une quantité de mouvement $\vec{P} = m\vec{V} = \text{cste}$ (son centre d'inertie est en TRU).

I.2. Exemple : on postule, en mécanique classique, le référentiel héliocentrique galiléen.



On l'appelle aussi référentiel de Képler (R_S). Son centre est le centre S du soleil, les 3 axes pointent vers 3 étoiles fixes (E_1, E_2, E_3).

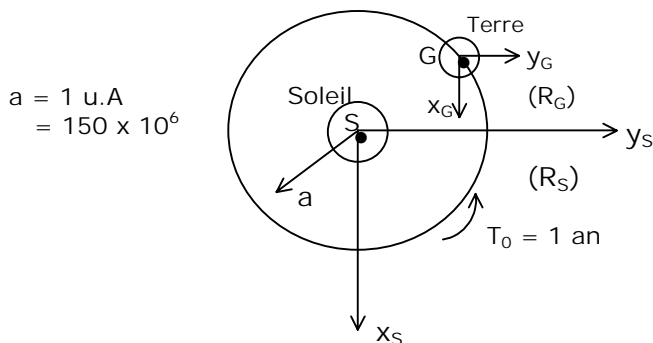
Rem. : on confond en général le référentiel de Képler, et le référentiel de Copernic, dont l'origine est au centre du Système Solaire.

I.3. Propriété : tous les référentiels galiléens sont en TRU les uns par rapport aux autres.

I.4. Référentiels « liés à la Terre ».

• La Terre décrit autour du Soleil une ellipse que l'on peut assimiler à un cercle. Soit G son centre.

On définit le référentiel géocentrique (R_G) (ou référentiel de Foucault), de centre G, en translation (circulaire uniforme) par rapport à (R_S) : il n'est donc pas galiléen.

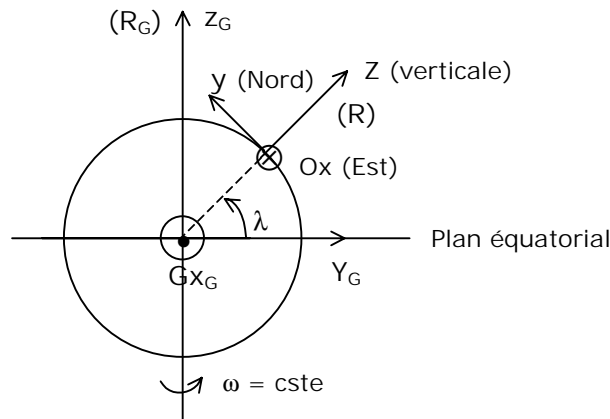


Mais :

Si $\Delta t \ll T_0 = 1 \text{ an}$: (Δt durée au phénomène étudié) l'arc GG' décrit par G pendant Δt peut être assimilé à une portion de droite, et (R_G) sera assimilé à un référentiel galiléen (ce qui revient à négliger l'action du Soleil – et de tous les autres astres – pour l'étude du mouvement d'un « point » au « voisinage » de la Terre).

- La Terre tourne autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire ω .

On peut alors définir un référentiel (R) « lié à la Terre » (tournant avec elle) :



On prend usuellement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{Oz} \text{ verticale ascendante} \\ \vec{Ox} \text{ vers le Nord} \\ \vec{Ox} \text{ vers l'Est} \end{array} \right.$$

(R) est en rotation uniforme par rapport à (R_G) , donc a priori non galiléen. On pourra approximer (R) comme étant galiléen si :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t \ll 24 \text{ h} \\ V \ll \text{faible} \end{array} \right.$$

(cette dernière condition permettra de négliger la « force de Coriolis » due à rotation terrestre devant les autres forces).

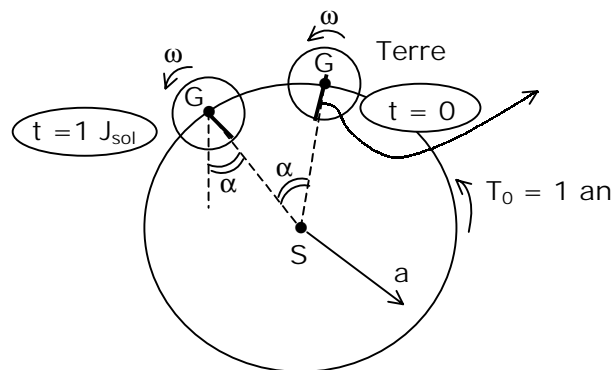
Rem. : Jour sidéral (J_{sid})/Jour solaire (J_{sol})

- ☞ Le jour solaire est l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs du Soleil au même méridien d'un lieu.

$$T_0 = 1 \text{ an} = 365,25 J_{\text{sol}} ; 1 J_{\text{sol}} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

- ☞ Le jour sidéral est la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles :

$$J_{\text{sid}} = \frac{2\pi}{\omega} = 86164 \text{ s} \approx 23 \text{ h } 56 \text{ min}$$



(Schéma non à l'échelle !)

On voit que, pendant 1 J_{sol} , la Terre a tourné de $2\pi + \alpha$

Donc :

$$\frac{J_{sid}}{J_{sol}} = \frac{2\pi}{2\pi + \alpha}$$

Avec :

$$\alpha = \frac{2\pi}{365,25}$$

Ainsi :

$$J_{sid} = \frac{365,25}{366,25} J_{sol} = 86164 \text{ s}$$

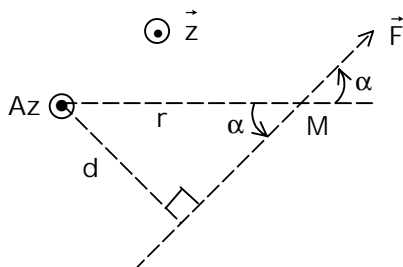
II. Les forces.

II.1. Définitions : en mécanique, l'action d'un système sur un autre est modélisée par un vecteur force \vec{F} .

Une force s'exprime en Newtons (symbole N). De manière qualitative, une force provoque un mouvement de translation d'un système matériel qui la subit.

Son moment provoquera une rotation du système : on définit le moment en un point A d'une force s'appliquant en un point M par :

$$\vec{m}_{\vec{F}}^t(A) = \vec{AM} \wedge \vec{F} \quad (\text{en Nm})$$



$$\vec{m}_{\vec{F}}^t(A) = F(rsin\alpha)\vec{z} = F d\vec{z}$$

d est appelé « bas de levier »

Le moment d'une force (qui caractérise « l'efficacité » pour le mouvement de rotation de M autour de Az) est donc le produit du module de la force par le bras de levier (distance à l'axe).

II.2. Forces à distance / Forces de contact.

- Forces à distance : ce sont des forces de « champ ». Elles sont du type :

$$\vec{F} = \alpha \vec{G}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \text{ grandeur caractéristique du point } M \\ \vec{G} \text{ champ créant la force} \end{array} \right.$$

Ex. : $\vec{F} = m\vec{g}, \vec{F} = q\vec{E} \dots$

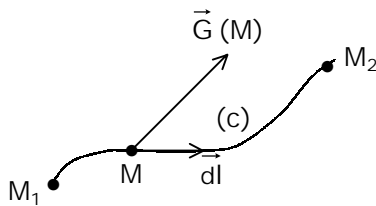
- Forces de contact : ce sont les forces de liaison, pour un point M « lié » (tension d'un fil, réaction d'un support).

II.3. Forces de champ dérivant d'une énergie potentielle :

- On dit que le champ \vec{G} dérive d'un potentiel V si :

$$\vec{G} = - \overrightarrow{\text{grad}} V$$

Alors :



$$\int_{M_1}^{M_2} (c) \vec{G} \cdot d\vec{l} = V(M_1) - V(M_2)$$

est indépendante du chemin suivi (c) pour aller de M_1 à M_2 .

Et : $\oint \vec{G} \cdot d\vec{l} = 0$ sur un chemin fermé.

On dit aussi que \vec{G} est à circulation conservative.

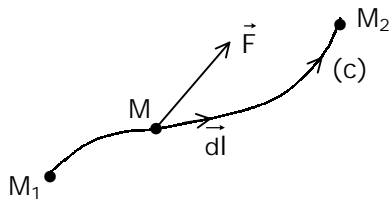
- Si \vec{G} dérive du potentiel V, alors :

$$\vec{F} = \alpha \vec{G} = - \overrightarrow{\text{grad}} (\alpha V) \quad (\alpha = \text{cste})$$

On dit alors que \vec{F} dérive d'une énergie potentielle $E_p = \alpha V$ (E_p en Joules) :

$$\vec{F} = - \overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

On aura de même :



$$\int_{M_1}^{M_2} (c) \vec{F} \cdot d\vec{l} = E_{P_1} - E_{P_2} \quad \text{ne dépend pas du}$$

chemin suivi pour aller de M_1 à M_2 .

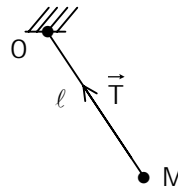
Rem. : • La circulation de \vec{F} de M_1 à M_2 représente le travail de la force \vec{F} (cf IV).

- Une force dérivant d'une énergie potentielle sera aussi appelée force « conservative » (cf IV).

II.4. Forces de liaison.

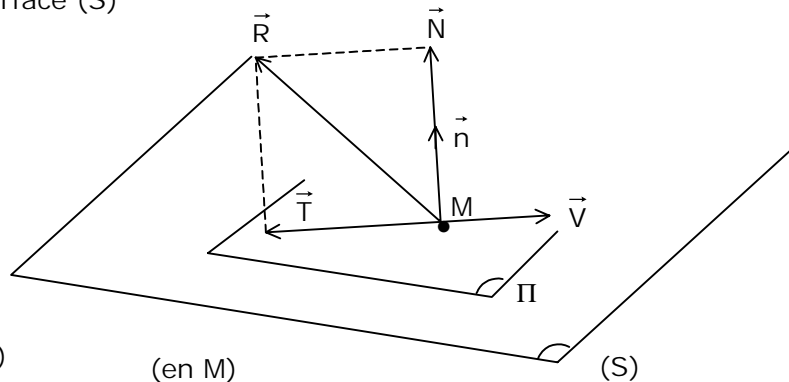
- Tension d'un fil

$$\vec{T} = T \frac{\vec{MO}}{\ell}$$



- Réaction d'un support : lois de Coulomb pour le frottement de glissement.

1^{er} cas : Point lié à une surface (S)



- $$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n} : \text{normale à (S)} \\ (\text{II}) : \text{plan tangent à (S)} \end{array} \right. \quad (\text{en M})$$

Soit \vec{V} (M/S) vitesse de M par rapport au support (S) ; M est soumis de la part de (S) à une réaction \vec{R} telle que :

$$\vec{R} = \vec{T} + N\vec{n}$$

- $$\left\{ \begin{array}{l} \vec{T} // (\text{II}) \text{ réaction tangentielle, ou force de frottement} \\ \vec{N} = N\vec{n} \quad (N > 0) \text{ réaction normale} \end{array} \right.$$

- Si $\vec{V} = \vec{0}$ (Non glissement) :

$$\|\vec{T}\| < f_s N$$

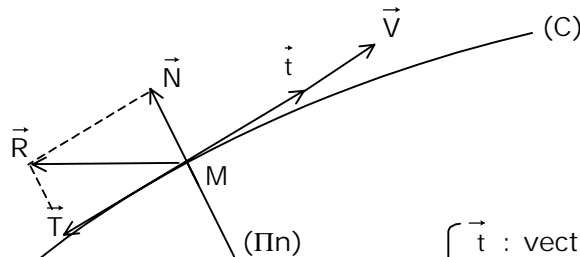
f_s : coefficient de frottement (solide) statique.

- Si $\vec{V} \neq \vec{O}$ (Glissement de M sur (S)) :

$$\begin{cases} \vec{T} = -\lambda \vec{V} & , \quad \lambda > 0 \\ \|\vec{T}\| = f_d N \end{cases}$$

f_d coefficient de frottement dynamique.

2^e cas : Point lié à une courbe (C)



$$\vec{V} = v \vec{t}$$

Cette fois : $\vec{R} = T \vec{t} + \vec{N}$

\vec{t} : vecteur tangent unitaire à (C) en M
 (Pi_n) : plan normal à (C) en M

Avec :

$$\begin{cases} T < f_s N & \text{si } \vec{V} = \vec{O} \\ \begin{cases} T \cdot v < 0 \\ \|\vec{T}\| = f_d N \end{cases} & \text{si } \vec{V} \neq \vec{O} \end{cases}$$

En général, on confond f_d avec f_s : $f_d \approx f_s = f$

Pour une liaison sans frottement (parfaite) :

$$\begin{cases} f = 0 \\ \vec{R} = \vec{N} \end{cases}$$

III. Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen.

Soit $\Sigma \vec{F}$ la somme de toutes les forces exercées sur un point matériel M dans un référentiel galiléen (R).

Le principe fondamental de la dynamique (PFD) postule que $\Sigma \vec{F}$ est liée à l'accélération du point M par la relation (RFD) :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}(M/R) = m \frac{d\vec{V}(M/R)}{dt}$$

Dans cette expression, m est la « masse d'inertie » du point matériel M.

(En mécanique classique et relativiste, cette masse est confondue avec la masse de gravitation M, qui intervient dans la loi de Newton).