- PROBLEME D' OPTIQUE 2 -

· **ENONCE :** « Interféromètre de Fabry-Perot »

I. Observation d'objets de phase par une méthode interférentielle

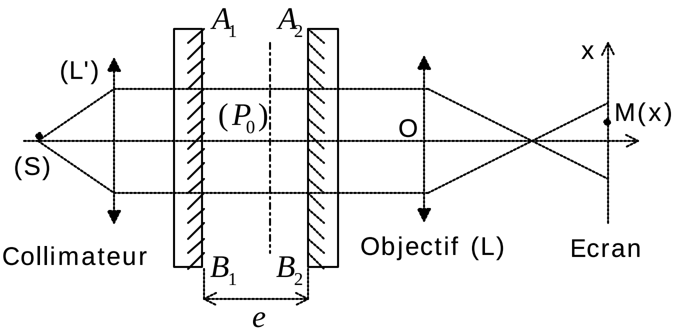
• On réalise un interféromètre à ondes multiples, du type Perot et Fabry, à l'aide de deux lames de verre à faces parallèles (L_1) et (L_2) dont les faces en regard, A_1B_1 et A_2B_2, rendues semi-réfléchissantes par métallisation, sont maintenues rigoureusement parallèles et à une distance e l'une de l'autre.

• On désigne par n l'indice (constant) du milieu qui les sépare ; les faces A_1B_1 et A_2B_2 ont des facteurs de transmission *en amplitude* respectivement notés t_1 et t_2, et des facteurs de transmission *en intensité égaux*, noté T : on admettra que $t_1 \times t_2 = T$.

• Par ailleurs, les coefficients de réflexion *en amplitude* et *en intensité* du milieu d'indice n sur les faces A_1B_1 et A_2B_2 seront respectivement notés r et R, avec $R = r^2$.

• On ne tiendra pas compte des réflexions sur les faces non métallisées de l'interféromètre, et on négligera l'absorption des lames : on a alors $R + T = 1$.

• On considère le schéma de principe ci-dessous :



Le système est éclairé, en **incidence normale**, par une onde plane **monochromatique** de longueur d'onde dans le vide l_0 et d'amplitude complexe $\underline{S}_0$, issue d'une source **ponctuelle** (S) placée au foyer objet d'une lentille collimatrice (L').

1) Une lentille objectif (L), mince et convergente, de distance focale image f_0, permet de projeter un plan quelconque (P_0), situé à l'intérieur de l'interféromètre, sur un écran placé à une distance D de (P_0).

1.1) Quelle est la distance D_{min} entre le plan (P_0) et l'écran qui permet d'obtenir une image nette de (P_0) sur l'écran ?

1.2) Quel est, dans ces conditions, le grandissement de l'objectif ?

2) Calculer le déphasage j entre l'onde transmise par l'interféromètre après k réflexions sur chacune des couches semi-réfléchissantes et l'onde transmise par l'interféromètre après $k+1$ réflexions sur chacune de ces couches.

3) L'onde transmise par l'interféromètre résulte de la superposition d'ondes ayant subi de multiples réflexions sur les faces métallisées (interférences par division d'amplitude).
Montrer que l'éclairement $E(M)$ en tout point M(x,y) de l'écran d'observation s'écrit :

$$E(M) = \frac{E_0}{1 + m\sin^2(j/2)}$$

Exprimer E_0 et m en fonction de $s_0 = |\underline{s}_0|$ et de R ; qu'observe-t-on sur l'écran ?

4) On fait varier l'écartement e des lames tout en maintenant rigoureusement leur parallélisme.

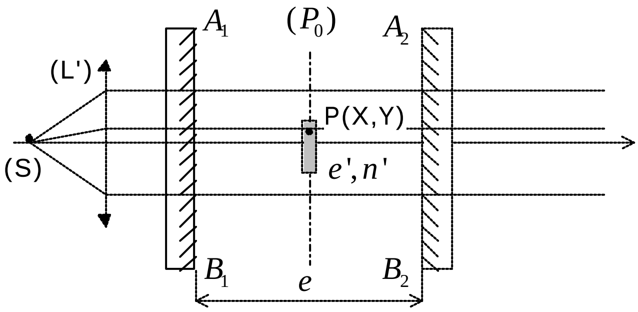
4.1) Calculer les valeurs particulières e_k de e pour lesquelles l'éclairement $E(M)$ passe par un maximum.

4.2) Calculer la largeur à mi-hauteur Δe de ces maximums, dans le cas où $m \gg 1$.

4.3) Tracer la courbe représentant l'évolution de $E(M)/E_0$ en fonction de e.

4.4) On définit la finesse des maximums par : $F = \dfrac{e_{k+1} - e_k}{\Delta e}$; calculer F pour $m = 2500$

5) On place entre les lames de l'interféromètre, dans le plan (P_0), un objet **non absorbant** (« objet de phase »), constitué d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e' et dont l'indice $n'(P)$ dépend de la position d'un point courant de l'objet :



5.1) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

5.2) Calculer la variation $\Delta j(P)$ du déphasage j occasionnée par la présence de l'objet, au niveau du point P.

5.3) On définit le contraste $C(j)$ de l'image par rapport au fond continu par la relation :

$C(j) = \dfrac{\Delta E}{E}$, où ΔE est la variation de l'éclairement de l'écran résultant d'une variation Δj de j (on pourra supposer Δj petit). Calculer $C(j)$.

5.4) A Δj fixé, pour quelles valeurs e_k de e ce contraste est-il maximal ?

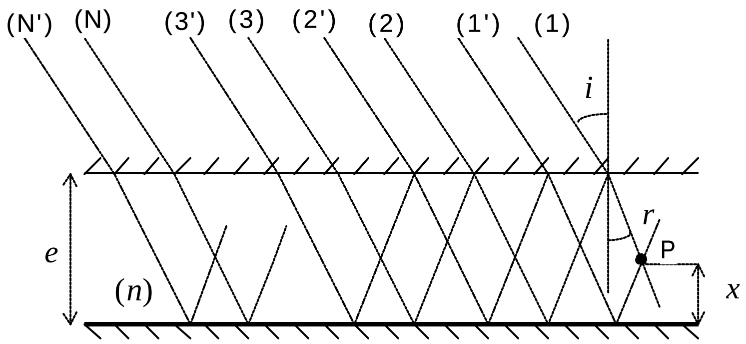
5.5) Pour quelles valeurs e_j de e ce contraste est-il nul ? Qu'observe-t-on lorsque la distance e entre les lames varie légèrement autour des valeurs e_j ?

5.6) Quelle est la plus petite variation $\Delta d = (n' - n)e'$ de différence de marche optique que l'on peut déceler par cette méthode, sachant que le contraste minimum que peut détecter le récepteur sur l'écran est C_{min} ?

<u>Application numérique</u> : on donne $l_0 = 0{,}5mm$; $C_{min} = 0{,}1$; $m = 2500$

II. Propriétés de l'espace situé à l'intérieur du Fabry-Perot

• Les notations sont les mêmes que dans la première partie, les lames restent parallèles et distantes de e, et l'appareil est toujours éclairé par une onde plane monochromatique (longueur d'onde dans le vide l_0), mais sous une incidence **oblique** i, comme représenté sur la figure ci-dessous :



En un point (P) de l'interféromètre, situé à une distance x de la ème lame, se superposent deux séries d'ondes: la série ( ), ( )...(N)... et la série ('), (')...(N')...
On désigne respectivement par j_P et j'_P les phases des ondes (1) et (1') au point (P), et par n l'indice du milieu situé entre les lames.

1) Calculer le déphasage j entre les ondes (1) et (2) au point (P), ainsi que le déphasage j' entre les ondes (1') et (2') en (P) ; on exprimera les résultats en fonction de e, n, l_0 et de l'angle de réfraction r.

2) Calculer le déphasage $y_P = j'_P - j_P$, entre les ondes (1) et (1') au point (P) : on exprimera le résultat en fonction de x, n, l_0 et r.

3) On désigne par $\underline{s}_0$ l'amplitude complexe de l'onde incidente ; exprimer l'amplitude complexe $\underline{s}(P)$ de l'onde résultant de la superposition en (P) de toutes les ondes.

4) Montrer que l'intensité lumineuse en (P) s'écrit : $I(P) = I_0 \times \dfrac{1+g\cos y_P}{1+m\sin^2(j/2)}$

Exprimer I_0, m et g en fonction de $s_0 = |\underline{s}_0|$ et R.

5) On se place en incidence normale et on pose : $R = 1 - e$, avec $e \ll 1$; calculer le rapport $r = \dfrac{I(P)}{s_0^2}$ en fonction de e, j et y_P (on travaillera au premier ordre en e).

Application numérique : on donne $R = 0{,}95$; exprimer $r(j, y_P)$.

6) Déterminer les valeurs de e et de x qui rendent maximale la valeur de r ; calculer cette valeur maximale r_M, ainsi que la valeur moyenne de r définie par : $\langle r \rangle = \dfrac{1}{2p} \times \int_0^{2p} r(y_P)\,dy_P$

Commenter.

****

D'après le concours ENAC-Ingénieurs, épreuve de spécialité