Calcul matriciel

Méthodes

1. Opérations sur les matrices

- *Somme de deux matrices.* **Soient n et p deux entiers naturels non nuls, $(A,B)\in(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}))^2$, $A=(a_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ et $B=(b_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$. La somme des matrices A et B est la matrice $C\in\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, C=A+B définie par :** $C=(c_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ **où :**

  $\forall(i,j)\in[\![1,n]\!]\times[\![1,p]\!]$, $c_{i,j}=a_{i,j}+b_{i,j}$.

- *Produit d'une matrice par un scalaire.* **Soient n et p deux entiers naturels non nuls, $A\in\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $A=(a_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ et $\lambda\in\mathbb{K}$. Le produit de la matrice A par le scalaire λ est la matrice $C\in\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, C=λA définie par :** $C=(c_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ **où :**

  $\forall(i,j)\in[\![1,n]\!]\times[\![1,p]\!]$, $c_{i,j}=\lambda a_{i,j}$.

- *Produit de deux matrices.* **Soient n, m et p trois entiers naturels non nuls, $A\in\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $A=(a_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$ et $B\in\mathcal{M}_{p,m}(\mathbb{K})$, $B=(b_{i,j})_{\substack{1\le i\le p\\1\le j\le m}}$. Le produit des matrices A et B est la matrice $C\in\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{K})$, C=AB définie par :** $C=(c_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le m}}$ **où :**

  $\forall(i,j)\in[\![1,n]\!]\times[\![1,m]\!]$, $c_{i,j}=\sum_{k=1}^{p}a_{i,k}b_{k,j}$.

- *Transposée d'une matrice.* **Soient n et p deux entiers naturels non nuls, $A\in\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, $A=(a_{i,j})_{\substack{1\le i\le n\\1\le j\le p}}$. La transposée de la matrice A est la matrice $C\in\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{K})$, $C={}^tA$ définie par :** $C=(c_{i,j})_{\substack{1\le i\le p\\1\le j\le n}}$ **où :**

  $\forall(i,j)\in[\![1,p]\!]\times[\![1,n]\!]$, $c_{i,j}=a_{j,i}$.

  Soient n et p deux entiers naturels non nuls, $(A,B)\in(\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}))^2$ et $\lambda\in\mathbb{K}$. On a ${}^t(A+B)={}^tA+{}^tB$, ${}^t(\lambda A)=\lambda{}^tA$. De plus, on a pour tout entier naturel n non nul et pour tout $(A,B)\in(\mathcal{M}_n(\mathbb{K}))^2$: ${}^t(AB)={}^tB{}^tA$. Enfin, si A est inversible, ${}^tA$ est inversible, d'inverse ${}^t(A^{-1})$.

- *Matrice symétrique.* **Soit $A\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A est symétrique si et seulement si : ${}^tA=A$.**

2. Inversibilité d'une matrice et détermination de son inverse éventuelle.

Ensemble $GL_n(\mathbb{K})$

- **Soient n un entier naturel non nul et $A\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. A est inversible si $\exists B\in\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $AB=I_n$ ou $BA=I_n$ (et si l'une de ces égalités est vérifiée, alors $AB=BA=I_n$). Lorsque A est inversible, B est appelée inverse de A et on note $B=A^{-1}$.**
- **Soit n un entier naturel non nul. L'ensemble des matrices inversibles de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est noté $GL_n(\mathbb{K})$. Attention… il ne s'agit pas d'un espace vectoriel.**

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.