Etude générale

Méthode

I. Déterminer un encadrement d'une fonction, de sa limite

1) Majorer une fonction à l'aide des inégalités de convexité

Penser que si une fonction f est convexe (resp. concave) sur un intervalle **I** de $\mathbb{R}$, alors sa courbe représentative sur **I** est au dessus (resp. en dessous) de ses tangentes et en dessous (resp. au dessus) de ses cordes. Cette propriété des fonctions convexes et concaves permet, dans certains cas, d'obtenir un encadrement de f par des fonctions affines.

2) Déterminer un encadrement d'une fonction à l'aide de l'inégalité des accroissements finis

3) Déterminer un encadrement d'une fonction à l'aide des formules de Taylor

4) Déterminer un encadrement d'une fonction à l'aide d'une étude de fonction

5) Déterminer un majorant ou un minorant de la limite d'une fonction

Penser que, pour utiliser le théorème de prolongement des inégalités, il faut prouver au préalable que toutes les fonctions en présence dans l'inégalité admettent une limite. On obtient alors une **inégalité large** donnant un minorant, un majorant, ou un encadrement de la limite de la fonction.

II. Etudier les variations d'une fonction

1) Si la fonction est dérivable et si l'on peut calculer f '

Si f est dérivable sur **I** alors :

- f est croissante sur tout intervalle J de **I** sur lequel f' est positive,
- f est décroissante sur tout intervalle K de **I** sur lequel f' est négative,
- f est strictement monotone sur tout intervalle J de **I** sur lequel f' est de signe strictement constant **sauf un nombre dénombrable de points** (ainsi, une fonction peut être strictement monotone même si sa dérivée s'annule en un nombre infini de points).

Remarque : si f est continue sur [a, b] et monotone (resp. strictement monotone) sur]a, b[alors f est monotone (resp. strictement monotone) sur [a, b].

2) Si f est le produit, la somme ou la composée de fonctions de même monotonie

Penser que, si f est le produit, la somme ou la composée de fonctions dont on connaît la monotonie, on peut déterminer la monotonie de f.

 Matthias FEGYVERES – Stéphane PRETESEILLE