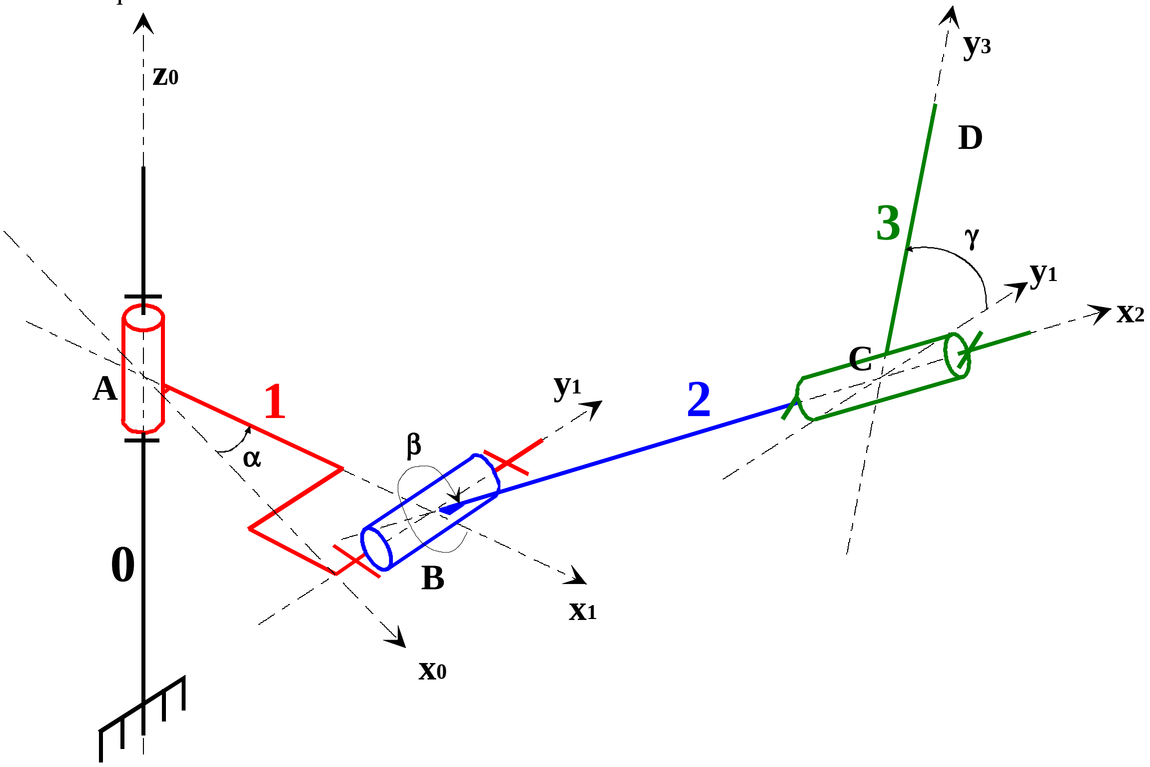
TD1 énoncé : Dérivée Vectorielle

1. BRAS MANIPULATEUR : LES DONNEES.

1.1. Présentation schématique du bras manipulateur.

Le système mécanique est constitué d'un robot 0et de trois solides 1, 2, 3. La représentation schématique est donnée ci-dessous.



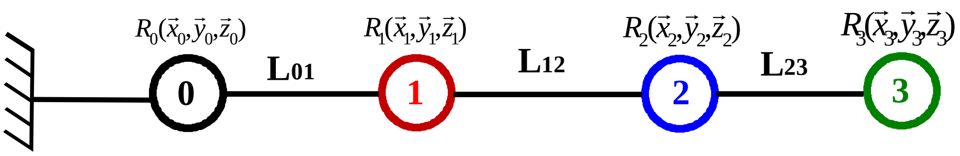
Cette représentation est appelée schéma cinématique du bras manipulateur. Ce schéma est enrichi du :

- **Repérage :** à chaque solide a été affecté un repère orthonormé direct.
- **Paramétrage :** chaque repère défini lors du repérage doit être positionné par rapport à un (ou plusieurs) autre (s) .
  Les paramètres mis en évidence seront appelés mobilités du système mécanique. Ici, pour pouvoir animer le système, il est nécessaire de disposé de trois moteurs. C'est pourquoi, m=3 ($\alpha(t)$,$\beta(t)$ et $\gamma(t)$) défini le nombre de paramètres juste nécessaire pour définir toute la cinématique.
  Les positions, les vitesses et les accélérations définissant la cinématique, seront donc exprimée en fonction $\alpha(t),\beta(t),\gamma(t)$ et leur dérivée première ou seconde par rapport au temps.

1.2. Passage progressif d'une réalité vers une modélisation du point de vue de la cinématique.

Une représentation structurelle de ce système sous forme de Graphe de structure (ou de liaison) est très utile lors d'une analyse mécanique d'un mécanisme.

1.2.1. Graphe des structures (ou de liaisons)



- Les ronds de couleur représentent les **sommets du graphe** et modélisent des solides (indéformables). Chaque solide est affecté un repère orthonormé direct.

Jacques AÏACHE – Jean-Marc CHÉREAU

- Les traits noirs sont appelés : **arcs du graphe** et modélisent les contacts entre les différents solides composant le mécanisme.
  Ces arcs sont modélisés par des liaisons qui définissent la cinématique entre les deux solides reliés.

L_{01} : Liaison pivot d'axe $(A,\vec{z}_{01})$

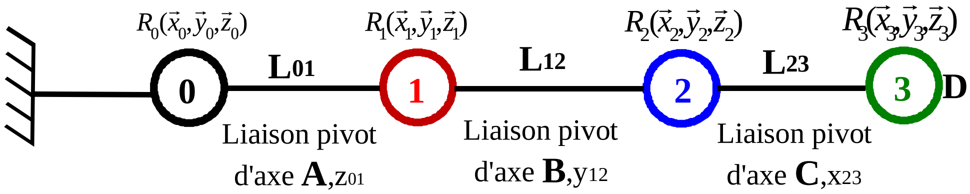
L_{12} : Liaison pivot d'axe $(B,\vec{y}_{12})$

L_{23} : Liaison pivot d'axe $(C,\vec{x}_{23})$

Le double indice indique que : $\vec{z}_0=\vec{z}_1$, $\vec{y}_1=\vec{y}_2$ et $\vec{x}_2=\vec{x}_3$. Cette notation est très utile lors des calculs de dérivées vectorielles des vecteurs unitaires.

1.3. Définition de la géométrie juste nécessaire pour étudier la cinématique du bras manipulateur

En reprenant le graphe de structure :



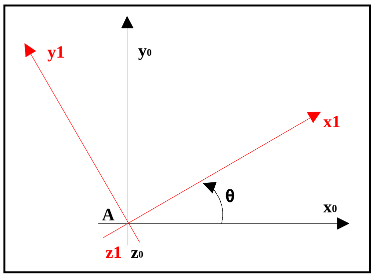
Les points A, B, C et D sont indiqués sur le graphe de structure. Le point D est un point défini sur le solide 3. les points A, B, C sont des points liés aux caractéristiques des liaisons identifiées dans le mécanisme. On appelle aussi ces points (A, B, C) les points idéaux associés aux liaisons.
Il est donc nécessaire de les positionner relativement les uns par rapport aux autres.

Quatre points nous donnent au minimum trois vecteurs : $\overrightarrow{AB}=h.\vec{x}_1$; $\overrightarrow{BC}=d.\vec{x}_{23}$; $\overrightarrow{CD}=L.\vec{y}_3$

2. QUESTIONS

2.1. Représenter graphiquement le repérage relatif des différents repères intervenants dans la modélisation du bras manipulateur et donner l'expression des vecteurs rotations : $\overrightarrow{\Omega_{R1/R0}}, \overrightarrow{\Omega_{R2/R1}}, \overrightarrow{\Omega_{R3R2}},$

Cette représentation plane doit être définie comme ci-dessous (voir cours sur les dérivées vectorielles)



Dans un mouvement en rotation autour de l'axe $(A,\vec{z}_{10})$ du repère $R1(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$ par rapport au repère $R0(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, tel que l'angle θ est défini par $(\vec{x}_0,\vec{x}_1)$, le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega_{R1/R0}}=\dot{\theta}\,\vec{z}_{10}$.

Remarques : en général, le premier travail à réaliser en cinématique (rechercher de vitesses ou accélérations) se traduit par la détermination des vecteurs rotations pour se donner la possibilité de dériver par rapport au temps.

2.2. Déterminer la vitesse $\overrightarrow{V_{B\in R1/R0}}=\left(\dfrac{d\,\overrightarrow{AB}}{dt}\right)_{R0}$ en dérivant le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Remarque : **A** est un point lié au **solide 0** et **B** est un point lié au **solide 1**.

2.3. Déterminer la vitesse $\overrightarrow{V_{C\in R2/R1}}=\left(\dfrac{d\,\overrightarrow{BC}}{dt}\right)_{R1}$ en dérivant le vecteur $\overrightarrow{BC}$.

Remarque : **B** est un point lié au **solide 1** et **C** est un point lié au **solide 2** et $\overrightarrow{\Omega_{R3/R1}}=\overrightarrow{\Omega_{R3/R2}}+\overrightarrow{\Omega_{R2/R1}}$.