



## TD outils utiles en mécanique

### EXERCICE 1:

Soit le repère vectoriel  $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et  $(\vec{V}, \vec{X}, \vec{W})$  trois vecteurs non nuls.

Si on a l'égalité suivante  $\vec{V} \wedge \vec{X} = \vec{W}$  ;

rechercher l'équation vectorielle donnant  $\vec{X}$  en fonction de  $\vec{V}$  et  $\vec{W}$ .

### EXERCICE 2 :

Soit le repère vectoriel  $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et  $[\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3]$  trois vecteurs quelconques non nuls, rechercher l'égalité suivante en explicitant le résultats trouvés.

$$[(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3] \cdot \vec{V}_3 \cdot (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_3) = ?$$

### EXERCICE 3 :

Soit un torseur

$$T = \mathbf{T} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{S} \\ \mathbf{M}_{(A)} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{ccc} S_x & S_y & S_z \\ \mathbf{M}_{x(A)} & \mathbf{M}_{y(A)} & \mathbf{M}_{z(A)} \end{array} \right\}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \ 2, 3 \\ -3, 3, -1 \end{array} \right\}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

et R un repère vectoriel de

base orthonormée directe  $R(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Soient les coordonnées de A et B dans R, A(0,0,0) et B(1,0,0) :

3-1- Montrer que le moment sur l'axe central de T1 est égal au vecteur nul.

3-2- Ecrire le torseur T1 en B

3-3- Rechercher un point I tel que le moment en I  $\vec{M}_I = \vec{0}$ .

3-4 donner l'équation paramétrée de l'axe central du torseur T1.

### EXERCICE 4 :

$$\text{Soit un torseur } T = \left\{ \begin{array}{c} 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \\ \omega \ 0 \end{array} \right\}_{A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1}$$

et R1 un repère vectoriel de base orthonormée directe  $R1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

Soient les coordonnées de A et B dans R, A(0,0,0) et B(r,0,0) où  $\omega$  et r sont des réels.

4-1- Ecrire le torseur T2 en B

4-2 Donner l'axe central du torseur T2.

4-3 Donner une interprétation réel modélisée par le torseur T.

## TD Corrigé : outils utiles en mécanique

### EXERCICE 1:

$\vec{V}$  et  $\vec{W}$  étant deux vecteurs connus non nuls, existe-t-il un vecteur  $\vec{X}$  tel que :

$$\vec{V} \wedge \vec{X} = \vec{W}$$

on en conclut :

$\vec{X}$  doit être non nul,

$\vec{V}$  et  $\vec{W}$  doivent être orthogonaux et  $\vec{X}$  et  $\vec{W}$  aussi par propriété du produit vectoriel..

Si il existe une solution  $\vec{X}$ , alors tout vecteur de la forme  $\vec{X} + \lambda \vec{V}$  sera aussi solution.

En multipliant vectoriellement par  $\vec{V}$  la relation  $\vec{V} \wedge \vec{X} = \vec{W}$ , on obtient :

$$\vec{V} \wedge (\vec{V} \wedge \vec{X}) = \vec{V} \wedge \vec{W} \quad \text{ou bien} \quad (\vec{V} \cdot \vec{X}) \vec{V} - (\vec{V} \cdot \vec{V}) \vec{X} = \vec{V} \wedge \vec{W}$$

où  $(\vec{V} \cdot \vec{X})$  est réel  $\beta$

Si on cherche la solution particulière  $\vec{X}_0$  ( $\beta = 0$ ) orthogonale à  $\vec{V}$ , on obtient :

$$\vec{X}_0 = \frac{-\vec{V} \wedge \vec{W}}{V^2} \quad \text{et} \quad \vec{X} = \frac{-\vec{V} \wedge \vec{W}}{V^2} + \lambda \vec{V}$$

### EXERCICE 2 :

le résultats est 0 réel. Puisque  $\vec{V} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{V}) = 0$

### EXERCICE 3 :

**3-1 : L'automoment du torseur T :**  $\vec{M}(A) \cdot \vec{S} = 0$  donc le torseur T un torseur de type glisseur et sur tous les points de l'axe d'un torseur Glisseur le moment est nul.

**3-2 :**

$$T = \begin{Bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{Bmatrix}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} \quad \text{et} \quad \vec{M}(B) = \vec{M}(A) + \vec{BA} \wedge \vec{S} \quad \text{d'où le calcul :} \quad \vec{M}(B) = \begin{Bmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{Bmatrix}$$

d'où le torseur en B :

$$T = \begin{Bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 6 \\ 3 & -3 \end{Bmatrix}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$$

**Remarque :** l'automoment du torseur est toujours égal à 0. Normal, puisque l'automoment est un invariant scalaire du champs antisymétrique représenté par le torseur T.

**3-3 :**

$$\vec{M}(A) = \vec{M}(I) + \vec{AI} \wedge \vec{S} \quad \text{d'où le calcul :} \quad \begin{Bmatrix} -3 & 0 & x \\ 3 & 0 & y \\ -1 & 0 & z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \quad x, y, z \text{ sont les coordonnées de I dans le}$$

repère  $R(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .