TD1 : POMPE A PISTONS AXIAUX

1 DESCRIPTION

Le mécanisme dont le schéma cinématique et une vue éclatée sont donnés ci-dessus représente une pompe hydraulique à 9 pistons axiaux. Un moto-réducteur **M** non représenté entraîne le barillet **1** en rotation autour de l'axe $(A,\vec{x}_0)$ ce qui permet le déplacement du piston **2** le long de l'axe $(B,\vec{x}_0)$. La plaque d'appui **3** assure le contact du piston **2** avec le plan incliné **4** lié au bati **0**.

SUR LE SCHEMA CINEMATIQUE UN SEUL PISTON A ETE REPRESENTE.
L'ANGLE α EST CONSTANT.

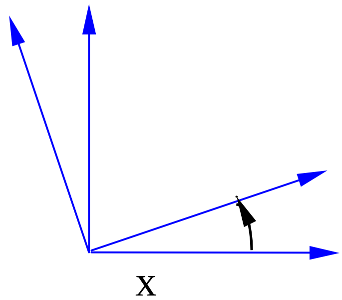
1.1 Repères associés aux solides

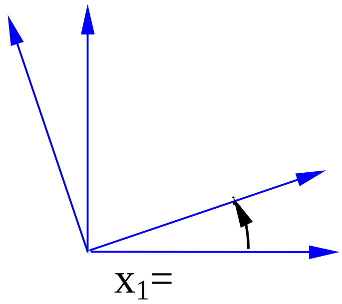
$R_0 = (A;\vec{x}_0;\vec{y}_0;\vec{z}_0)$ lié au bâti <u>0</u>	$R_1 = (A;\vec{x}_1;\vec{y}_1;\vec{z}_1)$ lié au barillet <u>1</u>
$R_2 = (B;\vec{x}_2;\vec{y}_2;\vec{z}_2)$ lié au piston <u>2</u>	$R_3 = (D;\vec{x}_3;\vec{y}_3;\vec{z}_3)$ lié à la plaque <u>3</u>
$R_4 = (D;\vec{x}_4;\vec{y}_4;\vec{z}_4)$ lié au plan incliné <u>4</u>	

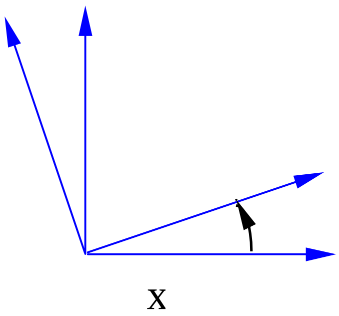
1.2 Paramétrage

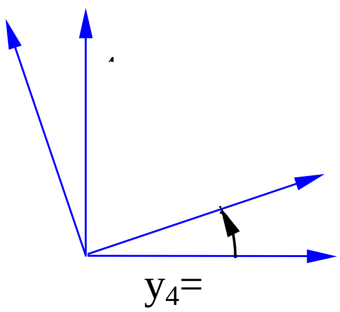
$AB = R\vec{y}_1$ $CB = \lambda\vec{x}_1$

$DE = -v\vec{y}_0 - w\vec{z}_4$ $DC = h\vec{x}_3$ $AE = -d\vec{x}_0$









1.2.1 TORSEURS ASSOCIES AUX LIAISONS PARFAITES L_{ij}

Torseur cinématique

$$\{\mathcal{V}\ (S_i/S_j)\}_A = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{A,B_i}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j) = p_{ij}\vec{x} + q_{ij}\vec{y} + r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j) = u_{ij}\vec{x} + v_{ij}\vec{y} + w_{ij}\vec{z} \end{cases}$$

Torseur statique

$$\{\mathcal{T}\ (S_i \to S_j)\}_A = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{A,B_i}$$

$$\text{avec} \begin{cases} \vec{R}(S_i \to S_j) = X_{ij}\vec{x} + Y_{ij}\vec{y} + Z_{ij}\vec{z} \\ \vec{M}(A,S_i \to S_j) = L_{ij}\vec{x} + M_{ij}\vec{y} + N_{ij}\vec{z} \end{cases}$$

TRAVAIL DEMANDE

2 ETUDE DES LIAISONS

Question 2.1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant le nom des liaisons et leurs caractéristiques.

Question 2.2 : Démontrer que la liaison notée L_{24} cinématiquement équivalente à l'association des liaisons L_{23} et L_{34} est une liaison ponctuelle de normale $(D,\vec{x}_3)$.

3 ETUDE GEOMETRIQUE

Question 3.1 : En partant du point A et en passant par les points B, C, D et E, écrire la fermeture géométrique du mécanisme. En déduire une équation vectorielle (a) liant R, h, v, w, d, α et λ.

Question 3.2 : Effectuer la projection de (a) sur les axes du repère R $(A,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. En déduire 3 équations scalaires liant les paramètres géométriques $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$ et λ.

Question 3.3 : Donner les expressions de v, w et λ. en fonction de R, h, d, α et θ_{01} .

Question 3.4 : Par la méthode de votre choix, déterminer le vecteur vitesse $\overline{V}(C,2/1)$ en fonction de R, ω_{10}, α et θ_{01} et du vecteur unitaire $\vec{x}_0$.

4 ETUDE CINEMATIQUE

Question 4.1. : Exprimer les torseurs cinématiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1. sans tenir compte de la question 2.2.

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}_A ; \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\}_C ; \{\mathcal{V}(S_3/S_2)\}_C ; \{\mathcal{V}(S_3/S_0)\}_D$$

Question 4.2. : Exprimer tous ces torseurs au point C. Ecrire une relation torsorielle (b) entre tous ces torseurs traduisant la fermeture cinématique du mécanisme ?

Question 4.3. : Effectuer la projection de (b) sur les axes du repère R $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. En déduire un système (c) de 6 équations scalaires liant les paramètres géométriques $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$ et λ. et les paramètres cinématiques $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{32}, \alpha_{30}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$ et w_{30}.

Question 4.4 : Justifier que la mobilité cinématique m de ce mécanisme est égale à 3. Déterminer les relations entrée-sortie c'est-à-dire exprimer explicitement $\alpha_{32}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$ et w_{30}. en fonction de $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{30}, R, \alpha$ et θ_{01}.

Question 4.5 : Si S désigne la section d'un piston, exprimer le débit volumique instantané d'un piston noté $q_v(\theta_{01})$ en fonction de S et u_{21}. Distinguer les phases aspiration et refoulement. Que devient ce débit quand α varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$?

5 ETUDE DES INTER-EFFORTS DANS LES LIAISONS

Les actions mécaniques du moto-réducteur **M** agissant sur le barillet **1** sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{T}(M \rightarrow S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,B_0}$$

Les actions mécaniques dues à la pression du fluide **F** agissant sur le piston **2** sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{\mathcal{T}(F \rightarrow S_2)\}_B = \begin{Bmatrix} pS & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,B_0}$$

Question 5.1. : Exprimer les torseurs statiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1.

$$\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\}_{A,B_0} ; \{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}_{C,B_0} ; \{\mathcal{T}(S_3 \rightarrow S_2)\}_{C,B_0} ; \{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_3)\}_{C,B_4}$$

Question 5.2. : Appliquer le théorème de la résultante statique au solide 2. Projeter cette équation vectorielle (d). En déduire 3 équations scalaires notées de (1) à (3) liant $X_{32}, Y_{32}, Z_{32}, Y_{21}, Z_{21}, p$ et S.

Question 5.3 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 1. Tous les moments seront calculés au point A. En déduire 6 équations scalaires notées de (4) à (9) liant $X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, Y_{21}, Z_{21}, M_{01}, N_{01}, M_{21}, N_{21}$, et C_m .

Question 5.4 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 3. Tous les moments seront calculés au point C. En déduire 6 équations scalaires notées de (10) à (15) liant $X_{32}, Y_{32}, Z_{32}, X_{03}, M_{03}, N_{03}$ et α .

Question 5.5 : En déduire la relation liant C_m, p, S, R, α et θ_{01}.