



## TD1 : POMPE A PISTONS AXIAUX

### 1 DESCRIPTION

Le mécanisme dont le schéma cinématique et une vue éclatée sont donnés ci-dessus représente une pompe hydraulique à 9 pistons axiaux. Un moto-réducteur **M** non représenté entraîne le barillet **1** en rotation autour de l'axe  $(A, \vec{x}_0)$  ce qui permet le déplacement du piston **2** le long de l'axe  $(B, \vec{x}_0)$ . La plaque d'appui **3** assure le contact du piston **2** avec le plan incliné **4** lié au bâti **0**.

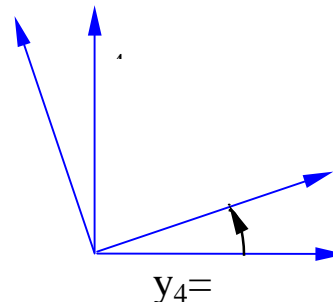
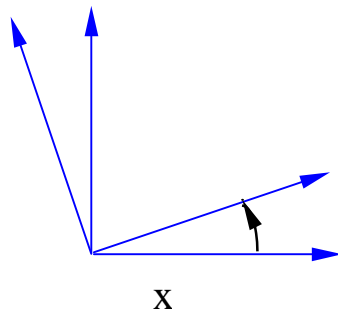
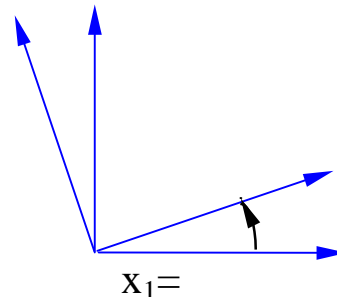
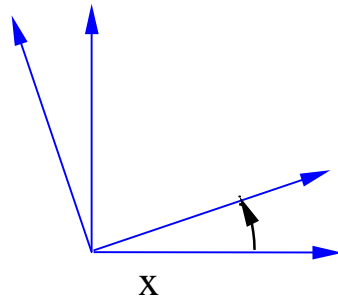
**SUR LE SCHEMA CINEMATIQUE UN SEUL PISTON A ETE REPRESENTE.  
L'ANGLE  $\alpha$  EST CONSTANT.**

#### 1.1 Repères associés aux solides

$R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ lié au bâti <u>0</u>	$R_1 = (A; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$ lié au barillet <u>1</u>
$R_2 = (B; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$ lié au piston <u>2</u>	$R_3 = (D; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$ lié à la plaque <u>3</u>
$R_4 = (D; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$ lié au plan incliné <u>4</u>	

#### 1.2 Paramétrage

$$\begin{aligned}
 AB &= R\vec{y}_1 & CB &= \lambda\vec{x}_1 \\
 DE &= -v\vec{y}_0 - w\vec{z}_4 & DC &= h\vec{x}_3 & AE &= -d\vec{x}_0
 \end{aligned}$$



1.2.1 TORSEURS ASSOCIES AUX LIAISONS PARFAITES  $L_{ij}$

Torseur cinématique

$$\left\{ \vec{V} (S_i / S_j) \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{matrix} \right\}_{A, B_i}$$

avec  $\left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(S_i / S_j) = p_{ij}\vec{x} + q_{ij}\vec{y} + r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A, S_i / S_j) = u_{ij}\vec{x} + v_{ij}\vec{y} + w_{ij}\vec{z} \end{matrix} \right.$

Torseur statique

$$\left\{ \vec{T} (S_i \rightarrow S_j) \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{matrix} \right\}_{A, B_i}$$

avec  $\left\{ \begin{matrix} \vec{R}(S_i \rightarrow S_j) = X_{ij}\vec{x} + Y_{ij}\vec{y} + Z_{ij}\vec{z} \\ \vec{M}(A, S_i \rightarrow S_j) = L_{ij}\vec{x} + M_{ij}\vec{y} + N_{ij}\vec{z} \end{matrix} \right.$

TRAVAIL DEMANDE

## 2 ETUDE DES LIAISONS

- Question 2.1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant le nom des liaisons et leurs caractéristiques.
- Question 2.2 : Démontrer que la liaison notée  $L_{24}$  cinématiquement équivalente à l'association des liaisons  $L_{23}$  et  $L_{34}$  est une liaison ponctuelle de normale  $(D, \vec{x}_3)$ .

## 3 ETUDE GEOMETRIQUE

- Question 3.1 : En partant du point A et en passant par les points B, C, D et E, écrire la fermeture géométrique du mécanisme. En déduire une équation vectorielle (a) liant  $R, h, v, w, d, \alpha$  et  $\lambda$ .
- Question 3.2 : Effectuer la projection de (a) sur les axes du repère  $R (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . En déduire 3 équations scalaires liant les paramètres géométriques  $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$  et  $\lambda$ .
- Question 3.3 : Donner les expressions de  $v, w$  et  $\lambda$ . en fonction de  $R, h, d, \alpha$  et  $\theta_{01}$ .
- Question 3.4 : Par la méthode de votre choix, déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}(C, 2/1)$  en fonction de  $R, \omega_{10}, \alpha$  et  $\theta_{01}$  et du vecteur unitaire  $\vec{x}_0$ .

## 4 ETUDE CINEMATIQUE

Question 4.1. : Exprimer les torseurs cinématiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1. sans tenir compte de la question 2.2.

$$\{V(S_1/S_0)\}_A; \{V(S_2/S_1)\}_C; \{V(S_3/S_2)\}_C; \{V(S_3/S_0)\}_D$$

Question 4.2. : Exprimer tous ces torseurs au point C. Ecrire une relation torsorielle (b) entre tous ces torseurs traduisant la fermeture cinématique du mécanisme ?

Question 4.3. : Effectuer la projection de (b) sur les axes du repère  $R(A, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ . En déduire un système (c) de 6 équations scalaires liant les paramètres géométriques  $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$  et  $\lambda$ . et les paramètres cinématiques  $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{32}, \alpha_{30}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$  et  $w_{30}$ .

Question 4.4 : Justifier que la mobilité cinématique  $m$  de ce mécanisme est égale à 3. Déterminer les relations entrée-sortie c'est-à-dire exprimer explicitement  $\alpha_{32}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$  et  $w_{30}$ . en fonction de  $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{30}, R, \alpha$  et  $\theta_{01}$ .

Question 4.5 : Si  $S$  désigne la section d'un piston, exprimer le débit volumique instantané d'un piston noté  $q_v(\theta_{01})$  en fonction de  $S$  et  $u_{21}$ . Distinguer les phases aspiration et refoulement. Que devient ce débit quand  $\alpha$  varie entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$  ?

## 5 ETUDE DES INTER-EFFORTS DANS LES LIAISONS

Les actions mécaniques du moto-réducteur  $M$  agissant sur le barillet  $1$  sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{T(M \rightarrow S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A, B_0}$$

Les actions mécaniques dues à la pression du fluide  $F$  agissant sur le piston  $2$  sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{T(F \rightarrow S_2)\}_B = \begin{Bmatrix} pS & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_0}$$

Question 5.1. : Exprimer les torseurs statiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1.

$$\{T(S_0 \rightarrow S_1)\}_{A, B_0}; \{T(S_2 \rightarrow S_1)\}_{C, B_0}; \{T(S_3 \rightarrow S_2)\}_{C, B_0}; \{T(S_0 \rightarrow S_3)\}_{C, B_4}$$

Question 5.2. : Appliquer le théorème de la résultante statique au solide 2. Projeter cette équation vectorielle (d). En déduire 3 équations scalaires notées de (1) à (3) liant  $X_{32}, Y_{32}, Z_{32}, Y_{21}, Z_{21}, p$  et  $S$ .

- Question 5.3 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 1. Tous les moments seront calculés au point A. En déduire 6 équations scalaires notées de (4) à (9) liant  $X_{01}$ ,  $Y_{01}$ ,  $Z_{01}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Z_{21}$ ,  $M_{01}$ ,  $N_{01}$ ,  $M_{21}$ ,  $N_{21}$ , et  $C_m$ .
- Question 5.4 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 3. Tous les moments seront calculés au point C. En déduire 6 équations scalaires notées de (10) à (15) liant  $X_{32}$ ,  $Y_{32}$ ,  $Z_{32}$ ,  $X_{03}$ ,  $M_{03}$ ,  $N_{03}$  et  $\alpha$ .
- Question 5.5 : En déduire la relation liant  $C_m$ ,  $p$ ,  $S$ ,  $R$ ,  $\alpha$  et  $\theta_{01}$ .