



TD1 : POMPE A PISTONS AXIAUX

1 DESCRIPTION

Le mécanisme dont le schéma cinématique et une vue éclatée sont donnés ci-dessus représente une pompe hydraulique à 9 pistons axiaux. Un moto-réducteur **M** non représenté entraîne le barillet **1** en rotation autour de l'axe (A, \vec{x}_0) ce qui permet le déplacement du piston **2** le long de l'axe (B, \vec{x}_0) . La plaque d'appui **3** assure le contact du piston **2** avec le plan incliné **4** lié au bâti **0**.

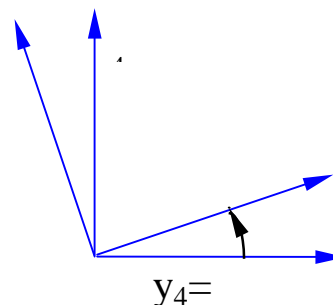
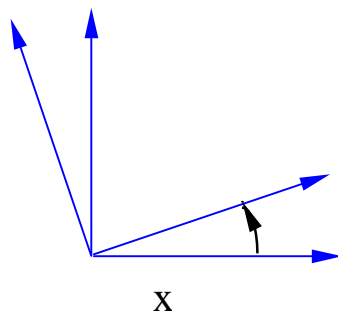
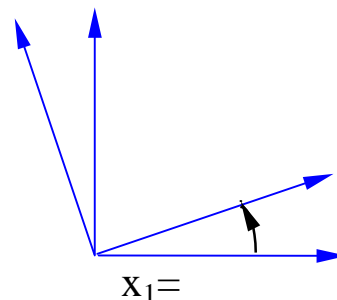
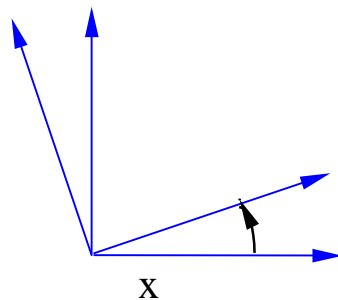
**SUR LE SCHEMA CINEMATIQUE UN SEUL PISTON A ETE REPRESENTE.
L'ANGLE α EST CONSTANT.**

1.1 Repères associés aux solides

$R_0 = (A; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ lié au bâti <u>0</u>	$R_1 = (A; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$ lié au barillet <u>1</u>
$R_2 = (B; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$ lié au piston <u>2</u>	$R_3 = (D; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$ lié à la plaque <u>3</u>
$R_4 = (D; \vec{x}_4; \vec{y}_4; \vec{z}_4)$ lié au plan incliné <u>4</u>	

1.2 Paramétrage

$$\begin{aligned}
 AB &= R\vec{y}_1 & CB &= \lambda\vec{x}_1 \\
 DE &= -v\vec{y}_0 - w\vec{z}_4 & DC &= h\vec{x}_3 & AE &= -d\vec{x}_0
 \end{aligned}$$



1.2.1 TORSEURS ASSOCIES AUX LIAISONS PARFAITES L_{ij}

Torseur cinématique

$$\left\{ \vec{V} (S_i / S_j) \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{matrix} \right\}_{A, B_i}$$

avec $\left\{ \begin{matrix} \vec{\Omega}(S_i / S_j) = p_{ij} \vec{x} + q_{ij} \vec{y} + r_{ij} \vec{z} \\ \vec{V}(A, S_i / S_j) = u_{ij} \vec{x} + v_{ij} \vec{y} + w_{ij} \vec{z} \end{matrix} \right.$

Torseur statique

$$\left\{ \vec{T} (S_i \rightarrow S_j) \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{matrix} \right\}_{A, B_i}$$

avec $\left\{ \begin{matrix} \vec{R}(S_i \rightarrow S_j) = X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ \vec{M}(A, S_i \rightarrow S_j) = L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{matrix} \right.$

TRAVAIL DEMANDE

2 ETUDE DES LIAISONS

- Question 2.1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant le nom des liaisons et leurs caractéristiques.
- Question 2.2 : Démontrer que la liaison notée L_{24} cinématiquement équivalente à l'association des liaisons L_{23} et L_{34} est une liaison ponctuelle de normale (D, \vec{x}_3) .

3 ETUDE GEOMETRIQUE

- Question 3.1 : En partant du point A et en passant par les points B, C, D et E, écrire la fermeture géométrique du mécanisme. En déduire une équation vectorielle (a) liant R, h, v, w, d, α et λ .
- Question 3.2 : Effectuer la projection de (a) sur les axes du repère $R (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. En déduire 3 équations scalaires liant les paramètres géométriques $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$ et λ .
- Question 3.3 : Donner les expressions de v, w et λ . en fonction de R, h, d, α et θ_{01} .
- Question 3.4 : Par la méthode de votre choix, déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(C, 2/1)$ en fonction de R, ω_{10}, α et θ_{01} et du vecteur unitaire \vec{x}_0 .

4 ETUDE CINEMATIQUE

Question 4.1. : Exprimer les torseurs cinématiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1. sans tenir compte de la question 2.2.

$$\{V(S_1/S_0)\}_A; \{V(S_2/S_1)\}_C; \{V(S_3/S_2)\}_C; \{V(S_3/S_0)\}_D$$

Question 4.2. : Exprimer tous ces torseurs au point C. Ecrire une relation torsorielle (b) entre tous ces torseurs traduisant la fermeture cinématique du mécanisme ?

Question 4.3. : Effectuer la projection de (b) sur les axes du repère $R(A, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$. En déduire un système (c) de 6 équations scalaires liant les paramètres géométriques $R, h, v, w, d, \alpha, \theta_{01}$ et λ . et les paramètres cinématiques $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{32}, \alpha_{30}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$ et w_{30} .

Question 4.4 : Justifier que la mobilité cinématique m de ce mécanisme est égale à 3. Déterminer les relations entrée-sortie c'est-à-dire exprimer explicitement $\alpha_{32}, \beta_{32}, \gamma_{32}, u_{21}, v_{30}$ et w_{30} . en fonction de $\alpha_{10}, \alpha_{21}, \alpha_{30}, R, \alpha$ et θ_{01} .

Question 4.5 : Si S désigne la section d'un piston, exprimer le débit volumique instantané d'un piston noté $q_v(\theta_{01})$ en fonction de S et u_{21} . Distinguer les phases aspiration et refoulement. Que devient ce débit quand α varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$?

5 ETUDE DES INTER-EFFORTS DANS LES LIAISONS

Les actions mécaniques du moto-réducteur M agissant sur le barillet 1 sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{T(M \rightarrow S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A, B_0}$$

Les actions mécaniques dues à la pression du fluide F agissant sur le piston 2 sont modélisables par le torseur suivant :

$$\{T(F \rightarrow S_2)\}_B = \begin{Bmatrix} pS & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_0}$$

Question 5.1. : Exprimer les torseurs statiques suivants en utilisant la notation donnée en 1.1.1.

$$\{T(S_0 \rightarrow S_1)\}_{A, B_0}; \{T(S_2 \rightarrow S_1)\}_{C, B_0}; \{T(S_3 \rightarrow S_2)\}_{C, B_0}; \{T(S_0 \rightarrow S_3)\}_{C, B_4}$$

Question 5.2. : Appliquer le théorème de la résultante statique au solide 2. Projeter cette équation vectorielle (d). En déduire 3 équations scalaires notées de (1) à (3) liant $X_{32}, Y_{32}, Z_{32}, Y_{21}, Z_{21}, p$ et S .

- Question 5.3 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 1. Tous les moments seront calculés au point A. En déduire 6 équations scalaires notées de (4) à (9) liant X_{01} , Y_{01} , Z_{01} , Y_{21} , Z_{21} , M_{01} , N_{01} , M_{21} , N_{21} , et C_m .
- Question 5.4 : Appliquer le principe fondamental de la statique au solide 3. Tous les moments seront calculés au point C. En déduire 6 équations scalaires notées de (10) à (15) liant X_{32} , Y_{32} , Z_{32} , X_{03} , M_{03} , N_{03} et α .
- Question 5.5 : En déduire la relation liant C_m , p , S , R , α et θ_{01} .