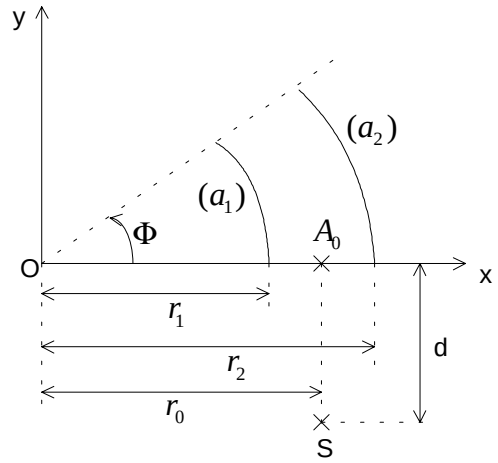
MECANIQUE DU POINT MATERIEL

EXERCICE D' ORAL

-EXERCICE 13.6-

• ENONCE :

« Focalisation de particules par une lentille électrostatique »



Des particules non-relativistes de charge q sont émises par une source (S) : l'enceinte étant supposée à l'équilibre thermique , toutes les particules ont la même énergie cinétique.
Les trajectoires étudiées sont situées dans le plan xOy ci-contre.
Les particules sont classées en 4 types:

type P_0 : masse m_0, vitesse initiale de norme v_0 , dirigée suivant Oy.

type $P_{0'}$: masse m_0, vitesse initiale de norme v_0 , faisant un angle α très petit avec Oy.

type P_1 : masse m_1, vitesse initiale de norme v_1 , dirigée suivant Oy.

type $P_{1'}$: masse m_1, vitesse initiale de norme v_1 , faisant un angle α très petit avec Oy.

• Par analogie avec l'optique géométrique, on va réaliser un dispositif permettant de faire converger toutes ces particules en un point (S'), conjugué de (S) par ce dispositif, appelé « lentille électrostatique » : ceci n'est possible que pour des particules ayant des vitesses initiales peu inclinées par rapport à l'axe Oy, condition équivalente à l'Approximation de Gauss.

• Le système est constitué d'un secteur de condensateur cylindrique d'angle d'ouverture Φ ; l'armature interne (a_1), de rayon r_1, est au potentiel nul, tandis que l'armature externe (a_2), de rayon r_2, est au potentiel $U \succ 0$. La hauteur h (selon l'axe Oz) du condensateur est très supérieure à r_2 ; par ailleurs, on pose : $r_0 = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$ et $\Delta r = r_2 - r_1$.

1) En négligeant les effets de bord, déterminer la topologie du champ électrique $\vec{E}$ entre les armatures.

2) En notant E_0 la valeur algébrique du champ électrique à la distance r_0 du point O, exprimer la valeur algébrique du champ en un point M situé entre les armatures à la distance r du point O, ceci en fonction de r, r_0 et E_0 .

Exprimer ce champ en fonction de U, r, r_1 et r_2 .

3) Donner l'expression de U pour qu'une particule de type (P_0) suive dans le condensateur une trajectoire circulaire de centre O et de rayon r_0 (dans la suite du problème, U **conservera cette expression**).

Que devient cette expression pour $\Delta r \ll r_0$?

4) Quelle est la trajectoire d'une particule de type (P_1) ?

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 7 pages.

MECANIQUE DU POINT MATERIEL

EXERCICE D' ORAL

• On veut étudier la trajectoire d'une particule de type $(P_{0'})$, ou $(P_{1'})$ entre les armatures ; cette particule pénètre dans le condensateur au point (A_0').

La position de la particule est repérée en coordonnées polaires d'origine O et d'axe polaire Ox ; l'origine des temps est prise à l'instant où la particule est en (A_0').

5) Ecrire les équations différentielles régissant le mouvement de la particule dans le condensateur.

6) On pose : $r(t) = r_0[1+\varepsilon(t)]$, avec $|\varepsilon(t)| \ll 1$; à partir d'un développement limité au 1er ordre en α et ε (considérés comme des infiniment petits du même ordre), écrire l'équation différentielle régissant $\varepsilon(t)$.

En déduire l'expression de $\varepsilon(t)$ (on pourra constater que α et ε sont bien du même ordre).

7) En déduire l'expression de l'angle polaire $\theta(t)$, que l'on mettra sous la forme :

$$\theta(t) = at + \alpha[bt + c(1-\cos\omega t)]$$

Quel est l'intérêt de cette mise en forme ?

• On étudie la convergence du faisceau de particules en sortie du condensateur ; les trajectoires en sortie sont des droites (D_α) dépendant de α, (D_0) étant celle obtenue pour $\alpha = 0$: (D_0) et (D_α) se coupent au point (S'), à une distance d' du plan de sortie du condensateur.

8) Compte tenu des approximations précédentes, calculer en fonction de α, r_0, d, v_0 et Φ :

♦ l'instant t_1 de sortie d'une particule entrée à l'instant 0 dans le condensateur (on justifiera le fait que l'on peut se contenter d'une expression de t_1 à l'ordre 0).

♦ la distance de sortie $r(t_1)$.

♦ les composantes radiale et orthoradiale de la vitesse de sortie.

9) En déduire l'expression de d' ; en conclure que le dispositif permet effectivement la convergence du faisceau pour un angle Φ supérieur à une valeur que l'on précisera.

Dans quel cas obtient-on un faisceau parallèle en sortie ?

Rq1 : pour les étudiants n'ayant pas encore abordé l'électrostatique, on donne les résultats des deux premières questions, soit :

$$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r \text{ , avec } E(r) \prec 0 \qquad \text{et} \qquad \vec{E} = -\frac{U}{Ln(r_2/r_1)} \times \frac{1}{r}\vec{e}_r$$

Rq2 : cet exercice est inspiré d'un problème de concours, et est bien sûr trop long pour être posé entièrement à l'oral.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 7 pages.