CH.31 : MECANIQUE DES FLUIDES

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

I. ETUDE PHENOMENOLOGIQUE DES FLUIDES 2
I.1. NOTION DE FLUIDE 2
I.2. MILIEU CONTINU 2
I.3. NOTION DE VISCOSITE 2
I.3.1. Contrainte tangentielle pour un fluide newtonien 2
I.3.2. Equivalent volumique des forces de viscosité 3
I.3.3. Formule de Stokes 4
I.4. ECOULEMENT LAMINAIRE ; ECOULEMENT TURBULENT 4
I.4.1. Définition 4
I.4.2. Nombre de Reynolds 4
I.5. ECOULEMENT PARFAIT 4
I.5.1. Définition 4
I.5.2. Notion de couche limite 5
II. STATIQUE DES FLUIDES 5
II.1. RELATION FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES 5
II.2. THEOREME D'ARCHIMEDE 6
III. DYNAMIQUE DES FLUIDES 6
III.1. CHAMP DES VITESSES DANS UN MILIEU CONTINU 6
III.1.1. Descriptions lagrangienne et eulérienne 6
III.1.2. Champ des vitesses uniforme ; champ permanent 6
III.1.3. Accélération d'une particule de fluide 6
III.1.4. Ecoulements tourbillonnaires ou non-tourbillonnaires 7
III.2. EQUATIONS LOCALES D' EULER ET DE NAVIER-STOKES 7
III.3. BILAN DE MASSE SUR UN SYSTEME OUVERT 8
III.3.1. Système fermé ; système ouvert 8
III.3.2. Equation locale de conservation de la masse 8
III.3.3. Ecoulement irrotationnel et incompressible 9
III.4. ECOULEMENT PERMANENT D' UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE 9
III.4.1. Théorème de Bernoulli 9
III.4.2. Interprétation énergétique du théorème de Bernoulli 10
III.4.3. Pression et vitesse en des points particuliers 11
IV. BILANS MECANIQUES ET THERMODYNAMIQUES 11
IV.1. THERMODYNAMIQUE DES SYSTEMES OUVERTS 11
IV.1.1. Bilans d'énergie interne et d'enthalpie 11
IV.1.2. Bilan d'entropie 13
IV.2. BILANS DYNAMIQUES 13
IV.2.1. Bilan de quantité de mouvement : exemple d'une fusée 13
IV.2.2. Action d'un fluide en écoulement permanent et unidimensionnel sur le milieu extérieur 14

****

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 14 pages.

I. ETUDE PHENOMENOLOGIQUE DES FLUIDES

I.1. NOTION DE FLUIDE

• Un fluide est un système composé de nombreuses particules **libres de se mouvoir** les unes par rapport aux autres ; dans un liquide comme dans un gaz, le mouvement des molécules est **désordonné** : c'est l'agitation thermique.

• D'un point de vue quantitatif, nous relèverons les différences suivantes :

♦ dans un liquide, les distances intermoléculaires sont de l'ordre de grandeur des dimensions moléculaires, alors que dans un gaz, elles sont beaucoup plus grandes ⇒ les forces d'interaction entre molécules (forces de Van der Waals en $1/r^7$) jouent un rôle beaucoup plus important dans les liquides que dans les gaz (aux pressions usuelles, il sera plus légitime de considérer un gaz comme un fluide parfait).

♦ aux pressions usuelles, la densité particulaire des liquides est de l'ordre de 1000 fois celle des gaz.

♦ le coefficient de compressibilité c d'un gaz est très supérieur à celui d'un liquide : dans la plupart des problèmes, ces derniers pourront être considérés comme **incompressibles**.

I.2. MILIEU CONTINU

• Un milieu sera assimilé à un **milieu continu** si le **libre parcours moyen** L_{pm} (chapitre 23 : phénomènes de transfert) de ses molécules est **petit** devant une longueur L caractéristique des **dimensions du système**.

• Dans un milieu continu, on ne cherche pas à suivre les mouvements individuels des molécules, ce qui reviendrait à se placer à l'**échelle microscopique**.

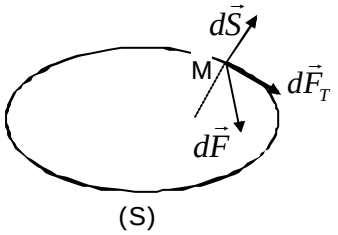
Les propriétés de la matière seront décrites par des grandeurs locales nivelées, obtenues par une moyenne spatiale de grandeurs microscopiques sur des volumes petits à l'échelle de l'observateur (qui constituerait l'**échelle macroscopique**), mais grands à l'échelle microscopique : cette échelle intermédiaire est appelée **échelle mésoscopique**.

• A l'échelle mésoscopique, les volumes considérés seront typiquement de l'ordre du mm^3 et constituent les « **particules de fluide** » (à ne pas confondre avec les molécules du fluide) ; en pratique, la taille de ces particules doit être grande devant L_{pm}, mais petite devant L.

• Les grandeurs locales seront par exemple la masse volumique, la pression ou la vitesse des « particules » ⇒ un milieu continu sera caractérisé par des **CHAMPS** : $m(\vec{r},t)$, $P(\vec{r},t)$ ou $\vec{v}(\vec{r},t)$

I.3. NOTION DE VISCOSITE

I.3.1. Contrainte tangentielle pour un fluide newtonien



Soit un milieu continu limité par une surface fermée (S).

Soit $d\vec{F}$ la **force de surface** qui s'exerce sur l'élément $d\vec{S}$ autour du point M.

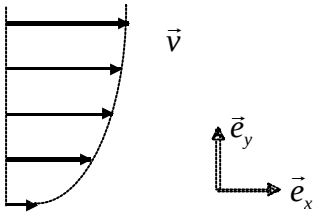
On appelle **contrainte** en M le vecteur: $\vec{t} = \dfrac{d\vec{F}}{dS}$

On peut décomposer $\vec{t}$ en un vecteur normal à (S), nommé « contrainte normale » (son module est la pression en M) et un vecteur contenu dans le plan tangent en M à (S), représentant la « **contrainte tangentielle** » (en $N.m^{-2}$ ou Pa).

Rq : un fluide se déforme aussi longtemps que lui sont appliquées des contraintes tangentielles.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 14 pages.



Les lignes de courant ("L.D.C") d'un fluide sont des courbes tangentes en tout point au vecteur vitesse (ceci étant défini à tout instant, une LDC se déforme au cours du temps si la vitesse varie localement avec le temps).
On considère un écoulement dont les LDC sont de la forme: $\boxed{\vec{v} = v(y,t)\vec{e}_x}$

- A l'échelle microscopique, des chocs ont lieu entre les molécules : statistiquement, et conformément au Second Principe, un **transport de quantité de mouvement** a lieu selon la direction Oy, des régions les **plus rapides vers les plus lentes**.

Ce phénomène est à rapprocher de la **diffusion** particulaire et thermique (chapitre 23), dont la cause est un gradient de concentration ou de température.

- A l'échelle mésoscopique, les particules de fluide les plus rapides sont « freinées » par les moins rapides : il y a apparition de contraintes tangentielles entre les couches de vitesses différentes.
- Les fluides à comportement **linéaire** sont appelés « **fluides newtoniens** » ; pour ceux-ci, et avec le champ des vitesses précédent, on peut poser :

$\boxed{\vec{t}_T = h \times \frac{\partial v(y,t)}{\partial y}\vec{e}_x}$ avec : h = **VISCOSITE** du fluide, en pascal-seconde (Pas) ou poiseuille (Pl)

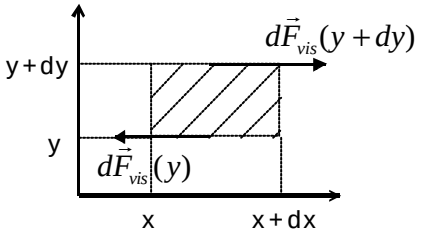
Rq1 : dans la relation précédente, $\vec{t}_T$ représente la contrainte exercée par le fluide situé à l'ordonnée **y+dy sur le fluide situé en y** (le principe de l'action et de la réaction s'applique bien entendu à cette situation).

Rq2 : dans un fluide « visqueux », ces contraintes tangentielles sont responsables d'une déperdition d'énergie mécanique, transformée en énergie thermique : on peut parler de « frottement interne ».

Rq3 : dans les conditions usuelles de température et de pression, on a :

$h_{air} = 1{,}6.10^{-5} Pl$; $h_{eau} = 10^{-3} Pl$; $h_{glycérine} = 0{,}85 Pl$

I.3.2. Equivalent volumique des forces de viscosité



On considère un "pavé" de fluide de volume dxdydz.
Le champ des vitesses est le même que précédemment.
Pour un tel champ, les forces de viscosité sont portées par l'axe Ox, et seules les faces y et y+dy sont concernées.
En appliquant le principe de l'action et de la réaction, on a:

$d\vec{F}_{vis} = d\vec{F}_{vis}(y+dy) + d\vec{F}_{vis}(y) = h\frac{\partial v(y+dy,t)}{\partial y} \times dxdz\vec{e}_x - h\frac{\partial v(y,t)}{\partial y} \times dxdz\vec{e}_x$; on pose $\vec{f}_{vis} = \frac{d\vec{F}_{vis}}{dxdydz}$

pour obtenir : $\vec{f}_{vis} = h\frac{\frac{\partial v(y+dy,t)}{\partial y} - \frac{\partial v(y,t)}{\partial y}}{dy}\vec{e}_x$; avec $dy \to 0$, il vient : $\boxed{\vec{f}_{vis} = h\frac{\partial^2 v(y,t)}{\partial y^2}\vec{e}_x}$

Rq1 : pour un champ des vitesses plus général, on admet que, pour un fluide newtonien, l'expression précédente peut se généraliser en : $\boxed{\vec{f}_{vis} = h\Delta\vec{v}}$

Rq2 : $\vec{f}_{vis}$ $(\text{en } N.m^{-3})$ est la « densité volumique des forces de viscosité » ; elle n'est qu'un **équivalent mathématique**, ces forces s'appliquant à la **surface** d'un système.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 14 pages.

I.3.3. Formule de Stokes

Pour de faibles nombres de Reynolds, on admet la validité de la loi phénoménologique de Stokes, s'appliquant à des objets sphériques, de rayon r et de vitesse $\vec{v}$ /fluide, dans un fluide newtonien de viscosité h : $\vec{F}_{vis} = -6phr\vec{v}$ cette force est appelée « **traînée** »
(la traînée prend différentes expressions pour des nombres de Reynolds plus élevés)

I.4. ECOULEMENT LAMINAIRE ; ECOULEMENT TURBULENT

I.4.1. Définition

• Lorsque le vecteur vitesse $\vec{v}(\vec{r},t)$ d'un écoulement varie « erratiquement » (d'un point à l'autre à t fixé, ou en un point donné en fonction du temps), on dit que l'écoulement est **TURBULENT** (en d'autres termes, il s'agit des cas où la représentation mathématique de $\vec{v}(\vec{r},t)$ n'est pas maîtrisée, où la modélisation et le traitement numérique sur ordinateur sont difficiles… mais néanmoins en progrès constants !).
• Dans le cas contraire, l'écoulement est qualifié de **LAMINAIRE** (il peut être décrit comme un ensemble de lames ou de couches glissant les unes sur les autres).

I.4.2. Nombre de Reynolds

• Pour distinguer les 2 types d'écoulement précédents, on introduit un nombre sans dimension, appelé nombre de Reynolds : $R_e = \frac{mLv}{h}$

♦ m et h sont respectivement la masse volumique et la viscosité du fluide.

♦ v peut être la vitesse d'un objet dans un fluide au repos (dans le référentiel d'étude) ou une vitesse « typique » (par exemple la vitesse moyenne) du fluide par rapport à une canalisation.

♦ il est souvent plus délicat de définir L : L peut être une dimension « typique » de l'objet en mouvement dans le fluide (s'il est sphérique, ce sera son rayon) ou une dimension transversale (le rayon) de la canalisation dans le second cas. Plus généralement, L sera l'ordre de grandeur de la distance sur laquelle varie « notablement » la vitesse du fluide : cette définition est cohérente avec les énoncés précédents et les autres situations seront examinées au cas par cas.

L'expérience montre que si $R_e \prec 2000$, l'écoulement est laminaire et que si $R_e \succ 2000$, il devient facilement turbulent.

• Il faut être prudent quant aux prédictions données par les inégalités précédentes : elles ont d'autant plus de chances d'être validées que les inégalités seront largement vérifiées (dans un sens ou dans l'autre).
• Pour $R_e \prec 1$, on parle d'écoulement « rampant » (coulée de lave, glacier où $R_e \ll 1$).

I.5. ECOULEMENT PARFAIT

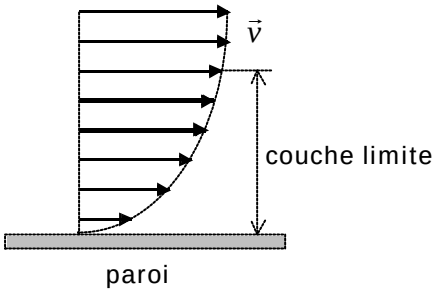
I.5.1. Définition

• Un écoulement **PARFAIT** est un écoulement où tous les phénomènes **diffusifs** (matière, chaleur, quantité de mouvement…) sont **négligés** ⇒ les particules de fluide évoluent de façon **adiabatique** et **réversible** (donc **isentropique**) : il n'y a pas dissipation d'énergie.
• La notion de « fluide parfait » n'est qu'un modèle, qui ne peut décrire correctement un écoulement que dans certaines régions du fluide : l'utilisation de ce modèle peut conduire à certains paradoxes qui seront levés en passant au fluide visqueux (il faudra toujours y penser quand un énoncé de problème suggère que l'expérience contredit les résultats théoriques).

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 14 pages.

I.5.2. Notion de couche limite



Dans le cas d'un fluide parfait, il n'y a pas de condition aux limites particulière pour la vitesse **tangentielle** d'une **particule** de fluide sur une paroi solide: elle peut, en particulier, être différente de 0 (la composante **normale** sera toujours **nulle**, contrairement à celle d'une molécule).

• Pour un fluide **visqueux**, on prendra toujours au contact d'un solide : $\boxed{\vec{v}_T(fluide/\ paroi)=\vec{0}}$

($\vec{v}_T$ étant la composante tangentielle de la vitesse du fluide)

• Finalement, la différence essentielle entre fluide parfait et fluide visqueux apparaît dans l'existence de « **COUCHES LIMITES** » (plus ou moins épaisses) au contact des parois solides : à l'intérieur de ces couches, la vitesse tangentielle d'un fluide visqueux passe progressivement d'une valeur nulle (sur la paroi) à une valeur prédite de manière « acceptable » par le modèle du fluide parfait.

En fonction de la portion de paroi considérée, ces couches limites peuvent être laminaires ou turbulentes, avec des transitions de l'une à l'autre en des points particuliers : l'importance de la traînée dépend fortement de la structure de la couche limite.

II. STATIQUE DES FLUIDES

II.1. RELATION FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES

• Considérons un volume de fluide (V), limité par une surface (S) orientée vers l'extérieur, à l'équilibre « statistique » (les molécules du fluide ont une vitesse instantanée, mais pas les particules de fluide) ; distinguons les forces de contact s'exerçant sur la **surface** (S) des forces agissant directement dans (V), comme les forces de pesanteur, de Laplace ou d'inertie, dont la résultante est notée $\vec{F}_{ext}$. En l'absence de mouvement, les forces de contact se réduisent aux forces de pression $\vec{F}_P$; l'équilibre se traduit alors par :

$\vec{F}_{ext}+\vec{F}_P=\vec{F}_{ext}+\left(-\oiint_S P d\vec{S}\right)=\vec{0}$ ($\vec{F}_P$ est dirigée de l'extérieur vers l'intérieur)

• En posant $\vec{f}_{ext}=\dfrac{d\vec{F}_{ext}}{dt}$ (en $N.m^{-3}$) = densité volumique des forces « de volume », et en appliquant le **théorème du gradient**, il vient :

$\iiint_V \vec{f}_{ext}dt+\left(-\iiint_V \overrightarrow{grad}P\times dt\right)=\vec{0}\ ,\ \forall V$ Þ $\boxed{\vec{f}_{ext}+\left(-\overrightarrow{grad}P\right)=\vec{0}}$

Rq1 : pour un fluide dans le champ de pesanteur seul $\vec{f}_{ext}=m\vec{g}$ $\Rightarrow$ on retrouve : $\boxed{\overrightarrow{grad}P=m\vec{g}}$

Rq2 : dans un référentiel **non galiléen**, les forces de Coriolis n'interviendront pas car il n'y a pas de vitesse relative, le fluide étant à l'équilibre dans le référentiel considéré.

Rq3 : comme pour les forces de viscosité, $(-\overrightarrow{grad}P)$ est un équivalent volumique de forces agissant réellement à la surface des particules.

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 14 pages.