CH.23 : PHENOMENES DE TRANSFERT

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

I. DIFFUSION DE PARTICULES 1
I.1. ASPECT QUALITATIF DES PHENOMENES DE DIFFUSION 1
I.2. LOI DE CONSERVATION DES PARTICULES 2
I.3. LOI DE FICK ; EQUATION DE DIFFUSION 2
I.4. CAS PARTICULIER : REGIME STATIONNAIRE 3
I.5. ASPECT MOLECULAIRE DE LA DIFFUSION PARTICULAIRE 4
I.5.1. Libre-parcours-moyen 4
I.5.2. Coefficient de diffusion D 4
II. DIFFUSION THERMIQUE 5
II.1. APPROCHE MICROSCOPIQUE 5
II.2. EQUATION DE LA DIFFUSION THERMIQUE 6
II.2.1. Flux thermique et vecteur « densité de flux thermique » 6
II.2.2. Bilan d'énergie interne ; équation locale de conservation de l'énergie 6
II.2.3. Loi de Fourier ; équation de la chaleur 7
II.3. SOLUTIONS PARTICULIERES DE L' EQUATION DE DIFFUSION 8
II.3.1. Régime stationnaire, sans terme de production locale 8
II.3.2. Régime sinusoïdal forcé d'un système unidimensionnel 8
II.3.3. Conditions aux limites 10
III. RAYONNEMENT THERMIQUE 10
III.1. RAYONNEMENT D' EQUILIBRE 10
III.1.1. Définition 10
III.1.2. Bilan énergétique pour l'interaction matière-rayonnement 10
III.1.3. Corps noir 10
III.2. LOIS DU RAYONNEMENT THERMIQUE 11
III.2.1. Loi de Planck 11
III.2.2. Loi de Wien du déplacement 11
III.2.3. Loi de Stefan 11
III.3. RAYONNEMENT D' UN CORPS NOIR 12
III.3.1. Flux émis par un corps noir isotherme 12
III.3.2. Corps noir isotherme convexe recevant un rayonnement d'équilibre 12

****

I. DIFFUSION DE PARTICULES

Remarque préliminaire : ce paragraphe concerne les étudiants des filières PC et PSI.

I.1. ASPECT QUALITATIF DES PHENOMENES DE DIFFUSION

• De manière générale, les phénomènes de diffusion concernent des **systèmes hors équilibre** ; des **hétérogénéités** (de température, de vitesse, de concentration pour ce qui est de ce paragraphe) vont entraîner un transfert (d'énergie, de quantité de mouvement, de particules) d'une région du système vers une autre : ces transferts sont une manifestation du **Second Principe** de la thermodynamique, de son aspect **probabiliste**. Ils sont à l'origine de **l'irréversibilité** de ces phénomènes.

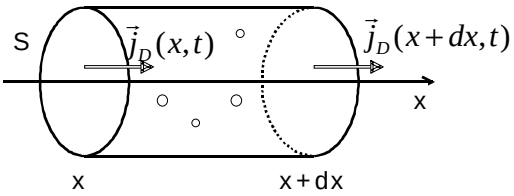
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

• En ce qui concerne la **diffusion particulaire**, elle ne peut avoir lieu que dans un **fluide**, contrairement à la diffusion thermique qui peut être à l'œuvre dans un solide.
• Les phénomènes de diffusion sont souvent en « concurrence » avec les phénomènes de **convection** : un sel en solution aqueuse peut être « transféré » d'une région plus concentrée vers une région moins concentrée par diffusion seule (dans ce cas, les particules du fluide « support », l'eau dans l'exemple choisi, ont un déplacement moyen nul), ou bien le processus peut être accéléré par un mouvement d'ensemble des particules du fluide servant au transfert (on parle alors de « transport convectif »). Il est clair que les solides ne sont pas concernés par les phénomènes de convection ; nous n'aborderons ces derniers qu'au travers des exercices.

I.2. LOI DE CONSERVATION DES PARTICULES

• Nous allons étudier un cas **unidimensionnel** (les grandeurs étudiées ne dépendront spatialement que de la variable cartésienne x) et effectuer un **bilan** de particules sur le volume élémentaire ci-dessous :



Le volume est un cylindre de section S, de longueur dx.

Il contient un nombre de particules dN(t).

$\vec{j}_D(x,t)$ représente la densité de flux de particules en x.

L'orientation de $\vec{j}_D = j_D\vec{e}_x$ (qui s'exprime en $m^{-2}.s^{-1}$) est telle que le flux est algébriquement **entrant** au niveau de x, et **sortant** en x+dx.

• Nous allons nous intéresser à la variation temporelle du nombre de particules δN contenues dans le cylindre ; on a : $\delta N = n(x,t)Sdx \Rightarrow \dfrac{d(\delta N)}{dt} = \dfrac{d[n(x,t)Sdx]}{dt} = \dfrac{\partial n(x,t)}{\partial t} \times Sdx$.

Par ailleurs, il convient de distinguer 2 causes de variation du nombre de particules :

♦ le flux de particules entrant ou sortant à travers les « frontières » du cylindre : le terme correspondant sera le terme de « **transfert** ».

♦ la création ou la disparition de particules au sein même du système choisi : le terme correspondant sera dit de « **production locale** » (avec une nature algébrique). Nous noterons p (en m^{-3}) la production **volumique** de particules.

Rq : dans un réacteur nucléaire, les particules peuvent être les neutrons **libres** : une production **positive** correspond aux réactions de **fission**, et une production **négative** correspond aux absorptions des barres de contrôle en bore).

• Le bilan s'écrit donc :

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \times Sdx = j_D(x,t) \times S - j_D(x+dx,t) \times S + p \times Sdx = -\frac{\partial j_D(x,t)}{\partial x} \times Sdx + p \times Sdx \quad \text{(pour } dx \to 0\text{)}.$$

Il vient donc :

$$\boxed{\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial j_D(x,t)}{\partial x} + p} \qquad (1)$$

I.3. LOI DE FICK ; EQUATION DE DIFFUSION

• Pour des situations où les densités particulaires ne sont ni trop faibles (la notion statistique de densité devenant délicate à utiliser), ni trop élevées (les interactions à très courte distance deviennent prépondérantes et doivent être modélisées autrement), on admet la validité de la loi « **phénoménologique** » de **Fick**, qui postule un lien **LINEAIRE** entre la cause (la non homogénéité de la densité particulaire) et l'effet (l'apparition d'un courant de particules), soit :

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

$\boxed{\vec{j}_D = -D \times \overrightarrow{grad} n}$ où D (en $m^2.s^1$) est le « **coefficient de diffusion** ».

Rq1 : dans un cas unidimensionnel, on a : $\boxed{\vec{j}_D = -D \times \frac{\partial n(x,t)}{\partial x} \vec{e}_x}$

Rq2 : le signe **moins** est la traduction mathématique du second principe qui stipule que, pour une évolution spontanée, le courant particulaire est dirigé des régions les plus concentrées vers les moins concentrées, donc dans le sens contraire du gradient de concentration.

• En reportant dans la relation (1), on obtient :

$$\boxed{\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = D \times \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} + p} \quad (2)$$ = « équation de la **diffusion** particulaire »

Rq : comme signalé dans le paragraphe 1.1, nous retrouverons cette équation de type diffusion dans d'autres domaines de la physique ; au travers des exercices, nous rencontrerons différentes solutions de cette équation, solutions qui dépendent fortement des **conditions aux limites**. Signalons également que changer t en –t ne laisse **pas invariante** une équation de diffusion : d'un point de vue mathématique, ceci est à l'origine de **l'irréversibilité** des phénomènes de diffusion (contrairement à la propagation, régie par une équation de type D'Alembert).

I.4. CAS PARTICULIER : REGIME STATIONNAIRE

• Prenons un cas simple où il n'y a pas de production locale de particules ($p = 0$) et où : $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$;

Alors : $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow n(x) = ax + b$.

• Par hypothèse, le milieu extérieur impose les conditions aux limites suivantes : $n(x=0) = n_1$ et: $n(x=L) = n_2 \Rightarrow \boxed{n(x) = n_1 + \frac{n_2 - n_1}{L} x}$ et : $\boxed{j_D = -D \frac{\partial n}{\partial x} = cste = D \frac{n_1 - n_2}{L}}$

$\Rightarrow$ le « profil » de la densité de particules est alors **linéaire**.

Rq1: la résolution de l'équation de diffusion n'est particulièrement simple que dans le cas précédent ; dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, on pourra considérer que $\frac{\partial n}{\partial t} \approx 0$, mais les constantes d'intégration **dépendront du temps** : $n(x,t) = n_1(t) + \frac{n_2(t) - n_1(t)}{L} x$

Rq2 : pour se placer dans l'ARQS, il faut que le temps caractéristique de l'évolution temporelle de $n_1(t)$ et $n_2(t)$ soit **grand** devant celui du phénomène de diffusion τ_D. Il est donc commode de relier τ_D à une distance caractéristique du phénomène étudié (dans l'exemple précédent, il s'agit de L) ; reprenons l'équation (2) avec p=0, il vient :

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \approx \frac{\Delta n}{\tau_D} = D \times \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} \approx D \frac{\Delta n}{L^2} \Rightarrow \boxed{L^2 \approx D \times \tau_D}$$ (on pourra se reporter à l'exercice 23.2).

(Δn représente une variation « typique » de n, par exemple $n_2 - n_1$)

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

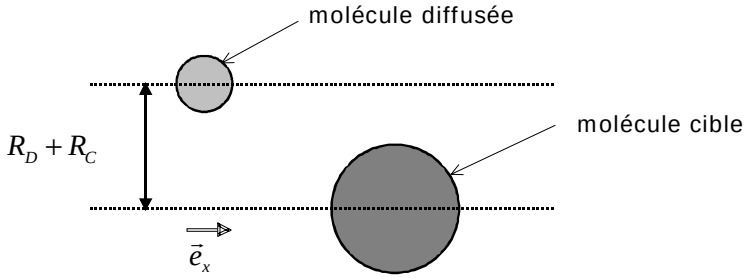
Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

I.5. ASPECT MOLECULAIRE DE LA DIFFUSION PARTICULAIRE

I.5.1. Libre-parcours-moyen

• Nous allons nous intéresser à des molécules (sphères « dures » de rayon R_D) d'un gaz (densité particulaire $n(x,t)$) qui diffuse dans un gaz « cible » (densité $n_C = cste$), constitué de molécules (sphères dures de rayon R_C) fixes dans le référentiel du labo.

• Considérons le schéma ci-dessous :



On appellera "**section efficace de choc**" la grandeur:

$$\sigma = \pi (R_D + R_C)^2$$

Le « **libre-parcours-moyen** » (noté L_{pm}) est la distance moyenne parcourue par une molécule diffusée entre 2 chocs consécutifs avec des molécules cibles ; on peut dire **qu'en moyenne**, il y a **une** molécule cible dans un cylindre droit de longueur L_{pm} et de section σ, alors :

$$n_C \times \sigma \times L_{pm} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{pm} = \frac{1}{n_C \times \sigma} = \frac{1}{n_C \times \pi (R_C + R_D)^2}}$$

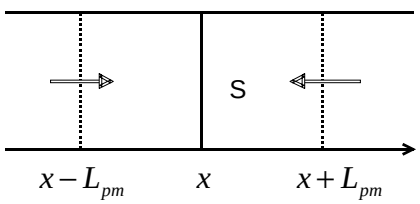
Rq1 : pour un ordre de grandeur de L_{pm}, considérons le gaz cible comme parfait (même si ses molécules ne sont pas ponctuelles…) ; $P = n_C k_B T \Rightarrow$ dans les conditions usuelles de température et de pression, et avec $R_C \approx R_D \approx 10^{-10} m$, il vient : $L_{pm} \approx 10^{-7} m$ (petit à notre échelle, mais grand devant les dimensions des molécules).

Rq2 : il peut être utile d'évaluer le temps moyen qui sépare 2 chocs consécutifs, soit t_{pm} ; on a :

$$t_{pm} = \frac{L_{pm}}{v_{qm}} \approx 10^{-10} s, \text{ pour } v_{qm} \approx \text{quelques } 10^2 m.s^{-1}.$$

I.5.2. Coefficient de diffusion D

• Dans ce paragraphe, nous allons relier le coefficient de diffusion au libre-parcours-moyen et à la **vitesse quadratique moyenne** (v_{qm}) définie par : $\frac{1}{2} m v_{qm}^2 = \frac{3}{2} k_B T$ (cf. chapitre 18).



Nous allons évaluer le nombre de particules pouvant traverser une section S pendant un temps dt **petit** par rapport aux constantes de temps des phénomènes de diffusion, mais **grand** par rapport à la durée moyenne entre 2 chocs consécutifs d'une molécule diffusée avec des molécules cibles.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.