



Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient E un espace vectoriel normé et F un sous-espace de E .

On note \bar{F} l'ensemble des points adhérents de F .

Montrer que \bar{F} est un sous-espace de E .

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie, et f un automorphisme de E .

Montrer que $\|f\| \|f^{-1}\| \geq 1$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

E est l'espace vectoriel $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, muni d'une norme quelconque.

1. Montrer que l'ensemble des matrices inversibles est un ouvert de E .
2. Montrer que l'ensemble $O(n)$ des matrices orthogonales est un compact de E .

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient E et F deux espaces vectoriels normés quelconques sur \mathbb{K} .

Soit f une application linéaire de E dans F .

Montrer que les conditions suivantes sont équivalentes :

- (a) f est continue en 0.
- (b) $\exists \alpha \in \mathbb{K}, \forall x \in E, \|f(x)\| \leq \alpha \|x\|$
- (c) f est lipschitzienne sur E .