

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & c^2 & b^2 \\ 1 & c^2 & 0 & a^2 \\ 1 & b^2 & a^2 & 0 \end{vmatrix}$

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ puis $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}$

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ -x & 0 & w & -v \\ -y & -w & 0 & u \\ -z & v & -u & 0 \end{vmatrix}$

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{vmatrix}$

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} x & a & b & x \\ a & x & x & b \\ b & x & x & a \\ x & b & a & x \end{vmatrix}$

Indications ou résultats

INDICATION POUR L'EXERCICE 1 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Retrancher par exemple C_3 à C_2 et C_4 , puis développer par rapport à L_1 .

On trouve $D = (a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(a - b - c)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 2 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Ajouter toutes les lignes à L_1 puis développer par rapport à L_1 . On trouve $D = 16$.

Pour simplifier, poser
$$\begin{cases} \alpha = a + b + c + d, & \beta = a + b - c - d \\ \gamma = a - b - c + d, & \delta = a - b + c - d \end{cases}$$

Considérer le produit ΔD et en déduire $\Delta = \alpha\beta\gamma\delta$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 3 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Développer par rapport à la première colonne.

Calculer chacun des déterminants 3×3 qui apparaissent.

En déduire $D = (ux + vy + wz)^2$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 4 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Effectuer les opérations $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$ et $L_4 \leftarrow L_4 - 4L_2$ puis $L_2 \leftarrow L_2 - x^3L_1$.

Développer ensuite par rapport à la première colonne, puis factoriser.

Après d'autres opérations élémentaires, obtenir $D = x^2(x^2 - 1)^4$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 5 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Ajouter toutes les lignes à la première et factoriser la somme constante obtenue.

Effectuer ensuite les opérations $C_3 \leftarrow C_3 - C_2$ et $C_4 \leftarrow C_4 - C_1$.

Factoriser par $(b - a)^2$, et développer par rapport à la troisième colonne.

Obtenir finalement $D = (a + b + 2x)(a + b - 2x)(b - a)^2$.