Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [Indication] [Correction]

Soit $f : E \to \mathbb{K}$ une forme linéaire. Montrer que f est identiquement nulle ou surjective.

EXERCICE 2 [Indication] [Correction]

Montrer que deux formes linéaires non nulles ont même noyau$\Leftrightarrow$elles sont proportionnelles.

EXERCICE 3 [Indication] [Correction]

Dans $\mathbb{R}^n$, base et dimension de $H = \{u = (x_1, x_2, \cdots, x_n), \sum_{k=1}^{n} x_k = 0\}$.

EXERCICE 4 [Indication] [Correction]

Soit E un $\mathbb{K}-$espace vectoriel de dimension 3. Soit $g \in \mathcal{L}(E)$, tel que $g^2 = 0$.
Montrer qu'il existe a non nul dans E et f dans E^* tel que : $\forall\, u \in E,\ g(u) = f(u)a$.

EXERCICE 5 [Indication] [Correction]

Soient $f_1, \ldots, f_p$ des formes linéaires indépendantes sur $\mathbb{K}^n$.
Soit f une forme linéaire sur $\mathbb{K}^n$.

1. Montrer que f est combinaison linéaire de $f_1, f_2, \ldots, f_p \Leftrightarrow$ le noyau de f contient l'intersection des noyaux des f_k.
2. Montrer que ce résultat reste vrai si $f_1, f_2, \ldots, f_p$ sont liées.