

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit u_1, u_2, \dots, u_n une famille de n vecteurs de E .

On définit les vecteurs $v_k = u_1 + \dots + u_k$, pour k compris entre 1 et n .

Montrer que (u) est libre (resp. génératrice) \Leftrightarrow il en est de même de (v) .

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient A, B deux polynômes de $\mathbb{K}[X]$, non constants, et premiers entre eux.

Soit n dans \mathbb{N} . Montrer que les $P_k = A^k B^{n-k}$ (avec $0 \leq k \leq n$) forment une famille libre.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient α et β deux scalaires distincts. Soit n un entier naturel.

Montrer que les $P_k = (X - \alpha)^k (X - \beta)^{n-k}$, où $0 \leq k \leq n$, forment une base de $\mathbb{K}_n[X]$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient a, b, c trois réels quelconques.

Montrer que $f_a : x \mapsto \sin(x + a)$, $f_b : x \mapsto \sin(x + b)$ et $f_c : x \mapsto \sin(x + c)$ sont liées.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit E l'espace vectoriel de toutes les applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

On note $f_k : x \mapsto |x - k|$. Montrer que la famille (f_1, f_2, \dots, f_n) est libre.