



Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient f et g deux endomorphismes de E .

Montrer que si f et g commutent, alors $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ sont stables par g .

Prouver que si f est un projecteur alors la réciproque est vraie.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient p et q deux projecteurs de E .

Montrer que $p + q$ est un projecteur de $E \Leftrightarrow p \circ q = q \circ p = 0$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient p et q deux projecteurs de E .

Montrer que p et q ont même noyau $\Leftrightarrow p = p \circ q$ et $q = q \circ p$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit p un projecteur non nul de E .

Montrer que l'application $f_\lambda = \text{Id} + \lambda p$ est injective $\Leftrightarrow \lambda \neq -1$.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{K} .

Déterminer les couples (f, g) d'endomorphismes de E tels que :
$$\begin{cases} f \circ g = f \\ g \circ f = g \end{cases}$$