

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, de classe \mathcal{C}^2 et telle que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $|f(x)| \leq M_0$ et $|f''(x)| \leq M_2$.
Montrer que, pour tout x , $|f'(x)| \leq M_1$ avec $M_1 = \sqrt{2M_0M_2}$.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer la limite suivante : $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{p=1}^n \sin \frac{p}{n^2}$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit f une application de classe \mathcal{C}^2 au voisinage de a , avec $f''(a) \neq 0$.

Les accroissements finis donnent $f(a+h) = f(a) + hf'(a + \theta_h h)$. Montrer que $\lim_{h \rightarrow 0} \theta_h = \frac{1}{2}$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit f une application de classe \mathcal{C}^2 sur un voisinage de a .

Calculer $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) + f(a-h) - 2f(a)}{h^2}$.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une application de classe \mathcal{C}^∞ telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, $f^{(n)}(0) = 0$.

On suppose qu'il existe $\lambda > 0$ tel que que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $|f^{(n)}(x)| \leq n!\lambda^n$.

Montrer que f est identiquement nulle sur \mathbb{R} .