

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On se donne trois scalaires a, b, c , différents deux à deux et non nuls.

Montrer que les polynômes $A = \frac{X(X-b)(X-c)}{a(a-b)(a-c)} + \frac{X(X-c)(X-a)}{b(b-c)(b-a)} + \frac{X(X-a)(X-b)}{c(c-a)(c-b)}$ et $B = 1 + \frac{1}{abc}(X-a)(X-b)(X-c)$ sont égaux.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Déterminer a_n et b_n pour que $A_n = a_n X^{n+1} + b_n X^n + 1$ soit divisible par $B = (X-1)^2$.

Former alors le quotient Q_n dans la division de A_n par B .

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Quand le polynôme $A = (X+1)^n - X^n - 1$ est-il divisible par $B = X^2 + X + 1$?

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Trouver un polynôme A de degré 5 sachant que le reste dans sa division par $(X+1)^3$ est -5 et que le reste dans sa division par $(X-1)^3$ est 11.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que $(X-1)^3$ divise $A_n = (1+X)(X^n-1) + 2nX^n(1-X) + n^2X^{n-1}(X-1)^2$.

Calculer le quotient de la division de A_n par $(X-1)^3$.

EXERCICE 6 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que $P_n = 1 + X + \frac{1}{2!}X^2 + \frac{1}{3!}X^3 + \dots + \frac{1}{n!}X^n$ n'a que des racines simples dans \mathbb{C} .