

## Énoncés des exercices

**EXERCICE 1** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On se donne trois scalaires  $a, b, c$ , différents deux à deux et non nuls.

Montrer que les polynômes  $A = \frac{X(X-b)(X-c)}{a(a-b)(a-c)} + \frac{X(X-c)(X-a)}{b(b-c)(b-a)} + \frac{X(X-a)(X-b)}{c(c-a)(c-b)}$  et  $B = 1 + \frac{1}{abc}(X-a)(X-b)(X-c)$  sont égaux.

**EXERCICE 2** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Déterminer  $a_n$  et  $b_n$  pour que  $A_n = a_n X^{n+1} + b_n X^n + 1$  soit divisible par  $B = (X-1)^2$ .

Former alors le quotient  $Q_n$  dans la division de  $A_n$  par  $B$ .

**EXERCICE 3** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Quand le polynôme  $A = (X+1)^n - X^n - 1$  est-il divisible par  $B = X^2 + X + 1$  ?

**EXERCICE 4** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Trouver un polynôme  $A$  de degré 5 sachant que le reste dans sa division par  $(X+1)^3$  est  $-5$  et que le reste dans sa division par  $(X-1)^3$  est 11.

**EXERCICE 5** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que  $(X-1)^3$  divise  $A_n = (1+X)(X^n-1) + 2nX^n(1-X) + n^2X^{n-1}(X-1)^2$ .

Calculer le quotient de la division de  $A_n$  par  $(X-1)^3$ .

**EXERCICE 6** [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que  $P_n = 1 + X + \frac{1}{2!}X^2 + \frac{1}{3!}X^3 + \dots + \frac{1}{n!}X^n$  n'a que des racines simples dans  $\mathbb{C}$ .