



## Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Montrer que  $\forall (m, n, p, q) \in \mathbb{N}^4$ ,  $B = X^3 + X^2 + X + 1$  divise  $A = X^{4m+3} + X^{4n+2} + X^{4p+1} + X^{4q}$ .

EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Déterminer un polynôme  $A$  unitaire de degré 3, divisible par  $(X - 1)$  et ayant le même reste dans les divisions par  $(X - 2)$ ,  $(X - 3)$  et  $(X - 4)$ .

EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

On pose  $A_n = X^{n+1} \cos(n-1)\theta - X^n \cos n\theta - X \cos \theta + 1$  et  $B = X^2 - 2X \cos \theta + 1$ .

Effectuer la division de  $A_n$  par  $B$ .

EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

On veut déterminer tous les polynômes  $A$  de  $\mathbb{K}[X]$  tels que  $A' \mid A$ .

Traiter rapidement le cas où  $A$  est constant.

Si  $A$  est une solution de degré  $n \geq 1$ , montrer que  $A = \frac{1}{n}(X + \lambda)A'$ , avec  $\lambda \in \mathbb{K}$ .

Trouvez alors toutes les solutions (on pourra donner trois méthodes différentes!)