



Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que $\forall (m, n, p, q) \in \mathbb{N}^4$, $B = X^3 + X^2 + X + 1$ divise $A = X^{4m+3} + X^{4n+2} + X^{4p+1} + X^{4q}$.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Déterminer un polynôme A unitaire de degré 3, divisible par $(X - 1)$ et ayant le même reste dans les divisions par $(X - 2)$, $(X - 3)$ et $(X - 4)$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On pose $A_n = X^{n+1} \cos(n-1)\theta - X^n \cos n\theta - X \cos \theta + 1$ et $B = X^2 - 2X \cos \theta + 1$.

Effectuer la division de A_n par B .

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On veut déterminer tous les polynômes A de $\mathbb{K}[X]$ tels que $A' \mid A$.

Traiter rapidement le cas où A est constant.

Si A est une solution de degré $n \geq 1$, montrer que $A = \frac{1}{n}(X + \lambda)A'$, avec $\lambda \in \mathbb{K}$.

Trouvez alors toutes les solutions (on pourra donner trois méthodes différentes!)