



Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient a, b deux entiers relatifs ($b \neq 0$) et n un entier naturel. Montrer que $P = \frac{1}{n!} X^n (a - bX)^n$ et toutes ses dérivées prennent des valeurs entières en $x = 0$ et en $x = \frac{a}{b}$.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Trouver un polynôme P tel que $P(1) = 3$, $P'(1) = 4$, $P''(1) = 5$ et $\forall n \geq 3$, $P^{(n)}(1) = 0$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Pour tous polynômes P et Q de $\mathbb{C}[X]$, on pose $[P, Q] = \overline{P}Q - P\overline{Q}$.

1. Discuter le degré de $[P, Q]$ si $\deg P = p$ et $\deg Q = q$.
2. Montrer que pour tous polynômes P, Q, R : $[[P, Q], R] + [[Q, R], P] + [[R, P], Q] = 0$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Un polynôme unitaire P de degré n vérifie : $nP = (X - a)P' + 2bP''$.

Déterminer les coefficients de P ordonnés suivant les puissances de $X - a$.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient A et B deux polynômes à coefficients entiers.

On suppose que les coefficients de A sont premiers entre eux dans leur ensemble, et qu'il en est de même pour B . Montrer qu'il en est de même pour AB .