-EXERCICE 29.3-

• ENONCE :

« Guide d'onde à section rectangulaire »

• On considère un cylindre droit métallique et creux, d'axe Oz, à section rectangulaire définie par : $0 \le x \le a$ et: $0 \le y \le b$

Le cylindre est illimité selon Oz et rempli d'air assimilable à du vide du point de vue électrique.

La conductivité des parois étant très grande, nous avons vu dans l'exercice 29.2 (« effet de peau ») que les champs de haute fréquence ne pénétreraient que très peu dans le métal :nous prendrons un modèle (dit du « conducteur parfait », où $\gamma \to \infty$) dans lequel $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont **nuls** dans le métal. Le champ électromagnétique est donc confiné à l'intérieur du cylindre : on parle de « **propagation guidée** » par opposition à la propagation libre à partir d'une source rayonnante.

1) Dans ces conditions, donner les conditions aux limites vérifiées par $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur les parois.

• On s'intéresse à un champ électrique de la forme :

$$\underline{\vec{E}}(x,y,z,t) = f(x,y)\exp[i(\omega t - kz)]\vec{e}_y \qquad (k \in \mathbb{R})$$

2) Montrer que $f(x,y)$ ne dépend pas de y.

Donner l'équation satisfaite par $f(x)$ et en déduire une condition vérifiée par k .

Déterminer les expressions possibles de $f(x)$ et établir la relation de dispersion.

Définir un ensemble de pulsations critiques et discuter de la forme des solutions selon la valeur de la pulsation .

Calculer la plus petite fréquence d'une onde pouvant se propager dans le guide avec a=3cm.

Calculer les vitesses de phase et de groupe, les comparer à c et conclure.

3) Déterminer le champ magnétique ; vérifier qu'il satisfait aux conditions aux limites de la question 1). Le champ $\vec{B}$ n'est pas transversal : est-ce un paradoxe ?

4) Calculer les moyennes temporelles de la puissance transportée par le guide et de l'énergie électromagnétique par unité de longueur, soit respectivement $\langle P \rangle_T$ et $\left\langle \frac{dW_{EM}}{dz} \right\rangle_T$.

En déduire la vitesse de propagation de l'énergie v_E ; la comparer à la vitesse de groupe v_g et conclure.

Christian MAIRE
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.