

-EXERCICE 29.2-

 • **ENONCE :**

« Effet de peau »

On considère un conducteur ohmique homogène de conductivité $\gamma = 5.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$, qui occupe le demi-espace défini par $z \geq 0$.

Le conducteur est parcouru par des courants de densité volumique : $\vec{j} = j(z,t)\vec{e}_y$, et on se limitera aux fréquences industrielles et radio.

1) Etablir l'équation différentielle satisfaite par \vec{j} ; résoudre cette équation en cherchant des solutions à variations sinusoïdales dans le temps (on pourra s'intéresser à la signification physique des autres solutions).

On fera apparaître une distance caractéristique δ dont on donnera l'interprétation physique.

A.N : calculer δ pour $f_1 = 50Hz$ et $f_2 = 100MHz$; conclure.

2) Exprimer en fonction de δ , a et j_0 (=amplitude de \vec{j} en $z=0$) l'intensité efficace I du courant qui parcourt la région du conducteur définie par : $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$.

Rq : on rappelle la définition de la valeur efficace d'un courant $i(t)$ de période T :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$
 ; en anglais, la valeur efficace est notée : « **R.M.S** » = « Root Mean Square »,

et donne aux étudiants la suite des opérations à mener pour la calculer...

3) Exprimer en fonction de I , a , b , γ et δ la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans la région du conducteur définie par : $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ et : $-\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$.

En déduire une interprétation énergétique de la grandeur δ .

4) Décrire des situations physiques où se manifeste « l'effet de peau ».

Rq : on donne une primitive de : $\exp(-z/\delta)\cos(\omega t - z/\delta)$, soit :

$$-\frac{\delta}{2} \exp(-z/\delta) [\cos(\omega t - z/\delta) + \sin(\omega t - z/\delta)]$$