

**-EXERCICE 29.2-**

 • **ENONCE :**

« Effet de peau »

On considère un conducteur ohmique homogène de conductivité  $\gamma = 5.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$ , qui occupe le demi-espace défini par  $z \geq 0$ .

Le conducteur est parcouru par des courants de densité volumique :  $\vec{j} = j(z,t)\vec{e}_y$ , et on se limitera aux fréquences industrielles et radio.

1) Etablir l'équation différentielle satisfaite par  $\vec{j}$  ; résoudre cette équation en cherchant des solutions à variations sinusoïdales dans le temps (on pourra s'intéresser à la signification physique des autres solutions).

On fera apparaître une distance caractéristique  $\delta$  dont on donnera l'interprétation physique.

A.N : calculer  $\delta$  pour  $f_1 = 50Hz$  et  $f_2 = 100MHz$  ; conclure.

2) Exprimer en fonction de  $\delta$ ,  $a$  et  $j_0$  (=amplitude de  $\vec{j}$  en  $z=0$ ) l'intensité efficace  $I$  du courant qui parcourt la région du conducteur définie par :  $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$ .

**Rq** : on rappelle la définition de la valeur efficace d'un courant  $i(t)$  de période  $T$  :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$
 ; en anglais, la valeur efficace est notée : « **R.M.S** » = « Root Mean Square »,

et donne aux étudiants la suite des opérations à mener pour la calculer...

3) Exprimer en fonction de  $I$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans la région du conducteur définie par :  $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$  et :  $-\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$ .

En déduire une interprétation énergétique de la grandeur  $\delta$ .

4) Décrire des situations physiques où se manifeste « l'effet de peau ».

**Rq** : on donne une primitive de :  $\exp(-z/\delta)\cos(\omega t - z/\delta)$ , soit :

$$-\frac{\delta}{2} \exp(-z/\delta) [\cos(\omega t - z/\delta) + \sin(\omega t - z/\delta)]$$