

## Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Résoudre l'équation  $(z + 1)^n = \cos 2na + i \sin 2na$ .

En déduire la valeur de  $P_n = \sin a \cdot \sin\left(a + \frac{\pi}{n}\right) \cdots \sin\left(a + \frac{n-1}{n} \pi\right)$ .

EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $\omega_0, \dots, \omega_{n-1}$  les  $n$  racines  $n$ -ièmes de l'unité. Pour  $p \in \mathbb{Z}$ , calculer  $S_p = \sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p$ .

EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer  $\prod_{k=0}^{n-1} (2 - \omega_k)$ , où les  $\omega_k$  sont les racines  $n$ -ièmes de l'unité.

EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Dans  $\mathbb{C}$ , résoudre l'équation  $z^{2n} - 2z^n \cos n\theta + 1 = 0$ .

EXERCICE 5 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Dans  $\mathbb{C}$ , résoudre l'équation  $\left(\frac{1 - iz}{1 + iz}\right)^n = \frac{1 + ia}{1 - ia}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ).

EXERCICE 6 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

On note  $z_1, z_2, \dots, z_n$  les solutions de  $z^n = a$  (avec  $|a| = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ).

Montrer que les points images de  $(1 + z_1)^n, (1 + z_2)^n, \dots, (1 + z_n)^n$  sont alignés.