

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre l'équation $(z + 1)^n = \cos 2na + i \sin 2na$.

En déduire la valeur de $P_n = \sin a \cdot \sin\left(a + \frac{\pi}{n}\right) \cdots \sin\left(a + \frac{n-1}{n} \pi\right)$.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient $\omega_0, \dots, \omega_{n-1}$ les n racines n -ièmes de l'unité. Pour $p \in \mathbb{Z}$, calculer $S_p = \sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Calculer $\prod_{k=0}^{n-1} (2 - \omega_k)$, où les ω_k sont les racines n -ièmes de l'unité.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Dans \mathbb{C} , résoudre l'équation $z^{2n} - 2z^n \cos n\theta + 1 = 0$.

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Dans \mathbb{C} , résoudre l'équation $\left(\frac{1 - iz}{1 + iz}\right)^n = \frac{1 + ia}{1 - ia}$ ($n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 6 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On note z_1, z_2, \dots, z_n les solutions de $z^n = a$ (avec $|a| = 1$, $n \in \mathbb{N}$).

Montrer que les points images de $(1 + z_1)^n, (1 + z_2)^n, \dots, (1 + z_n)^n$ sont alignés.