Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Calculer la somme S_n des n premiers entiers impairs.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Calculer la somme $S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n-1) \cdot n$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Calculer la somme $U = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + n \cdot n!$

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Calculer la somme $T = 1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + \cdots + (n-1) \cdot 2 + n \cdot 1$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Calculer la somme $V = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Connaissant les expressions de $\sum\limits_{k=1}^{n} k$ et $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2$, trouver celles de $\sum\limits_{k=1}^{n} k^3$ et de $\sum\limits_{k=1}^{n} k^4$.

Indications ou résultats

INDICATION POUR L'EXERCICE 1 [Retour à l'énoncé]

On trouve $S_n = n^2$ (en prime, donner une interprétation graphique du résultat.)

INDICATION POUR L'EXERCICE 2 [Retour à l'énoncé]

On trouve $S = \frac{1}{3}n(n+1)(n-1)$ en utilisant $\sum_{k=1}^{n} k^2$ et $\sum_{k=1}^{n} k$.

Il y a une autre démonstration en utilisant les $v_k = k(k-1)(k-2)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 3 [Retour à l'énoncé]

Remarquer que $k \cdot k! = (k+1)! - k!$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 4 [Retour à l'énoncé]

On trouve $T = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ en utilisant $\sum_{k=1}^{n} k^2$ et $\sum_{k=1}^{n} k$.

Autre méthode : essayer d'écrire $u_k = k(n+1-k)$ sous la forme $u_k = a_{k+1} - a_k$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 5 [Retour à l'énoncé]

Poser $u_k = k(k+1)(k+2)$ et utiliser $v_k = (k-1)k(k+1)(k+2)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 6 [Retour à l'énoncé]

Développer $\sum_{k=1}^{n}(k+1)^4$, puis $\sum_{k=1}^{n}(k+1)^5$.

On trouve $S_3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ et $S_4 = \frac{1}{30}n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$.