

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit f une application de E dans E et $\mathcal{S} = \{X \subset E, f^{-1}(f(X)) = X\}$.

1. Soit A une partie quelconque de E . Montrer que $f^{-1}(f(A))$ appartient à \mathcal{S} .
2. Montrer que toute intersection ou réunion d'éléments de \mathcal{S} est encore élément de \mathcal{S} .

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit f une application de E dans F .

1. Montrer que pour toute partie A de E , $f^{-1}(f(A)) \supset A$.
2. Montrer que pour toute partie B de F , $f(f^{-1}(B)) = f(E) \cap B$.
3. Prouver que f est injective $\Leftrightarrow \forall A \subset E, f^{-1}(f(A)) = A$.
4. Prouver que f est surjective $\Leftrightarrow \forall B \subset F, f(f^{-1}(B)) = B$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient A et B deux parties non vides d'un ensemble E .

On considère l'application f , de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ définie par $f(X) = (X \cap A, X \cap B)$.

1. Montrer que f est injective $\Leftrightarrow A \cup B = E$.
2. Montrer que f est surjective $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.
3. Dans le cas où f est bijective, déterminer f^{-1} .

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit A une partie d'un ensemble E .

On lui associe l'application χ_A , de E vers $\{0, 1\}$, définie par $\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$

Montrer que $A \mapsto \chi_A$ est une bijection de $\mathcal{P}(E)$ sur l'ensemble $\mathcal{F}(E, \{0, 1\})$.