

## Énoncés des exercices

### EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $f : E \rightarrow F$ ,  $g : F \rightarrow G$  et  $h : G \rightarrow E$  trois applications.

Montrer que si, parmi les trois applications  $h \circ g \circ f$ ,  $g \circ f \circ h$  et  $f \circ h \circ g$ , deux sont surjectives et la troisième injective (ou deux sont injectives et la troisième surjective) alors les trois applications  $f$ ,  $g$ , et  $h$  sont bijectives.

### EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soit  $f$  une application de  $E$  dans  $F$ .

Montrer l'équivalence des deux propriétés suivantes :

- (a)  $f$  est surjective
- (b) Pour tout ensemble  $G$  et toutes applications  $g, h : F \rightarrow G$ ,  $g \circ f = h \circ f \Rightarrow g = h$ .

### EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $f : E \rightarrow F$ ,  $g : F \rightarrow G$  et  $h : G \rightarrow H$  trois applications.

Montrer que si  $g \circ f$  et  $h \circ g$  sont bijectives, alors  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont bijectives.

### EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux applications.

Montrer les implications suivantes :

1. Si  $g \circ f$  est surjective alors  $g$  est surjective
2. Si  $g \circ f$  est injective alors  $f$  est injective
3. Si  $g \circ f$  est surjective et  $g$  est injective, alors  $f$  est surjective
4. Si  $g \circ f$  est injective et  $f$  est surjective, alors  $g$  est injective

### EXERCICE 5 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soit  $E$  un ensemble. Montrer qu'il n'existe pas de surjection de  $E$  sur  $\mathcal{P}(E)$ .