Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soient E et F deux ensembles. Quelle relation y-a-t-il :

1. Entre $\mathcal{P}(E \cup F)$ et $\mathcal{P}(E) \cup \mathcal{P}(F)$?
2. Entre $\mathcal{P}(E \cap F)$ et $\mathcal{P}(E) \cap \mathcal{P}(F)$?
3. Entre $\mathcal{P}(E \times F)$ et $\mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(F)$?

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit E un ensemble non vide. Soit $\mathcal{F}$ une partie non vide de $\mathcal{P}(E)$.

On dit que $\mathcal{F}$ est un *filtre* si : $\begin{cases} (a) & \forall X, Y \in \mathcal{F},\ X \cap Y \in \mathcal{F} \\ (b) & \forall X \in \mathcal{F}, \forall Y \supset X,\ Y \in \mathcal{F} \\ (c) & \emptyset \notin \mathcal{F} \end{cases}$

1. Que pourrait-on dire d'une famille non vide $\mathcal{F}$ de $\mathcal{P}(E)$ ne vérifiant que (a) et (b) ?
2. $\mathcal{P}(E)$ est-il un filtre sur E ?
   A quelle condition $\mathcal{P}(E) - \{\emptyset\}$ est-il un filtre sur E ?
3. Montrer que si $\mathcal{F}$ est un filtre sur E, alors $E \in \mathcal{F}$.
4. Soit A un partie non vide de E.
   Montrer que que $\mathcal{F}_A = \{X \subset E, A \subset X\}$ est un filtre sur E.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Soient $(A_i)_{i\in I}$ et $(B_i)_{i\in I}$ deux familles de parties d'un ensemble E.

On suppose que pour tout indice i de I, on a $E = A_i \cup B_i$.

Montrer que $E = F$, avec $F = \left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) \bigcup \left(\bigcap_{i\in I} B_i\right)$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.