

## Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Que dire de deux sous-ensembles  $A$  et  $B$  de  $E$  tels que  $A \cup B = A \cap B$  ?

EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $A, B, C$  trois ensembles.

A quoi équivaut l'égalité  $A \cup B = A \cap C$  ?

EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $A, B, C$  trois ensembles.

Montrer que  $\begin{cases} A \cup B \subset A \cup C \\ A \cap B \subset A \cap C \end{cases} \Rightarrow B \subset C$ .

EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Soient  $A, B, C$  trois ensembles.

Montrer que  $(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)$ .

EXERCICE 5 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Pour toutes parties  $A$  et  $B$  d'un ensemble  $E$ , on pose  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .

$A \Delta B$  est appelé *différence symétrique* de  $A$  et de  $B$ .

1. Montrer qu'une définition équivalente est :  $A \Delta B = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$ .
2. Vérifier que  $A \Delta B = B \Delta A$ ,  $\overline{A \Delta B} = \bar{A} \Delta \bar{B} = A \Delta \bar{B}$ , et  $\bar{\bar{A}} \Delta \bar{\bar{B}} = A \Delta B$ .
3. Calculer  $A \Delta \emptyset$ ,  $A \Delta A$  et  $A \Delta E$ .

On désigne par  $A, B$  et  $C$  trois parties de  $E$ .

4. Montrer que  $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$ .
5. Vérifier également que  $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$ .
6. Quel signifie alors  $A_1 \Delta A_2 \Delta \dots \Delta A_n$ , si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont  $n$  parties de  $E$ , avec  $n \geq 2$  ?