



**MATRICES 3. HEC.ESCP**

**ENONCE DE L'EXERCICE**

**ENONCE-3**

Soit  $A$  et  $B$  deux matrices de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  ( $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ).

Montrer que  $A + B = AB \implies AB = BA$ .

**Indications - matrices 3.**

On pourra montrer que  $A - I$  est inversible.

**Eléments de correction : matrices 3.**

$$\begin{aligned}AB = A + B &\iff A(B - I) = B \\ &\iff A(B - I) - I = B - I \\ &\iff A(B - I) - (B - I) = I \\ &\iff (A - I)(B - I) = I\end{aligned}$$

On conclut que  $(A - I)$  est inversible et que  $(B - I)$  est son inverse ; donc  $A - I$  et  $B - I$  commutent.

$$\begin{aligned}(A - I)(B - I) = (B - I)(A - I) &\iff AB - A - B + I = BA - B - A + I \\ &\iff AB = BA\end{aligned}$$