VARIABLES DISCRETES 3. HEC ESCP

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–3

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un espace probabilisé

Soient X_1, X_2 deux variables réelles, indépendantes, définies sur Ω, suivant chacune la loi de Poisson de paramètre λ. Soit Y une variable indépendante de X_1 et de X_2 telle que

$$P(Y = 1) = P(Y = -1) = \frac{1}{2}.$$

On pose $Z_1 = X_1 Y$ et $Z_2 = X_2 Y$.

1) Montrer que Z_1 et Z_2 ne sont pas indépendantes.

2) Montrer que Z_1^2 et Z_2^2 sont indépendantes.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Indications - var discrètes 3.

- Calculer $\text{cov}(Z_1, Z_2)$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Eléments de correction : var discrètes 3.

1) On remarque que Y^2 est la variable certaine égale à 1.

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(Z_1, Z_2) &= E(Y^2X_1X_2) - E(YX_1)E(YX_2)\\ &= E(X_1X_2) - E(Y)E(X_1)E(Y)E(X_2) \quad \text{par indépendance de } Y,\ X_1 \text{ et } Y,\ X_2\\ &= E(X_1)E(X_2) \quad \text{car } E(Y) = 0\end{aligned}$$

$$\operatorname{cov}(Z_1, Z_2) = \lambda^2$$

$$\operatorname{cov}(Z_1, Z_2) \neq 0 \Longrightarrow Z_1 \text{ et } Z_2 \text{ non indépendantes}$$

2) $Z_1^2 = X_1^2$ et $Z_2^2 = X_2^2$ car Y^2 est la variable certaine égale à 1.

Puisque X_1 et X_2 sont indépendantes, on sait que X_1^2 et X_2^2 le sont aussi, car si deux variables sont indépendantes, toute fonction de l'une est indépendante de toute fonction de l'autre.

$$Z_1^2 \text{ et } Z_2^2 \text{ sont indépendantes.}$$

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021