FONCTIONS REELLES 1. HEC ESCP

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–1

Comparer π^e et e^π

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Eléments de correction : fonctions.1

$\pi^{\mathrm{e}} < \mathrm{e}^{\pi} \iff \mathrm{e}\ln\pi < \pi\ln\mathrm{e}$ car la fonction ln est strictement croissante.

$\mathrm{e}\ln\pi < \pi\ln\mathrm{e} \iff \dfrac{\ln\pi}{\pi} < \dfrac{\ln\mathrm{e}}{\mathrm{e}}$; on a divisé les deux termes de l'inégalité par le produit $\pi \times \mathrm{e} > 0$.

Etudions la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$.

Cette fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ comme quotient de fonctions dérivables dont le dénominateur ne s'annule pas.

$\forall x > 0,\ f'(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$; cela permet de dresser le tableau de variations de f.

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	$\searrow$	0

Les limites aux bornes ne sont pas indispensables et d'ailleurs ne posent pas de problèmes.

Sur l'intervalle $[\mathrm{e}, +\infty[$, la fonction f est strictement décroissante ; $\mathrm{e} < \pi \iff f(\mathrm{e}) > f(\pi)$

Or on a vu que $\pi^{\mathrm{e}} < \mathrm{e}^{\pi} \iff \dfrac{\ln\pi}{\pi} < \dfrac{\ln\mathrm{e}}{\mathrm{e}}$:

donc $\pi^{\mathrm{e}} < \mathrm{e}^{\pi}$

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021