ESPACES VECTORIELS 1 HEC.ESCP

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–1

Soit n un entier supérieur ou égal à 2 et P une matrice inversible de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ où $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}$.

1) $F = \{M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \ / \ P^{-1}MP$ est diagonale $\}$ est-il un espace vectoriel ?

2) $G = \{M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \ / \ M$ est diagonalisable $\}$ est-il un espace vectoriel ?

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Indications - espaces vectoriels 1.

2) Réponse : non.

 © EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Elements de correction : espaces vectoriels 1.

1) On vérifie facilement que F est un sous-espace de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$

2) La matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ est diagonalisable car elle admet 3 valeurs propres distinctes.

La matrice $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ est diagonalisable pour les mêmes raisons.

La matrice $A+B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ne l'est pas. En effet, elle n'admet que la valeur propre 0.
Si elle était diagonalisable, elle serait semblable à la matrice nulle, donc elle serait nulle, ce qui n'est visiblement pas le cas.

Donc G n'est pas un espace vectoriel.

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021