

**- EXERCICE 20.6 -**

- **ENONCE** : « Variation d'entropie d'un corps mis en contact avec un thermostat »

Un métal de masse $m = 1\text{kg}$, de capacité thermique massique $c = 880\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et de température initiale $T_0 = 27^\circ\text{C}$, est mis en contact brutalement, à pression constante, avec un thermostat de température $T_1 = 100^\circ\text{C}$; on attend que le métal soit en équilibre thermique avec la source de chaleur.

- 1) La transformation est-elle réversible ?
- 2) Calculer la variation d'entropie du métal, ainsi que la création d'entropie S^c : son signe était-il prévisible ?
- 3) En posant $x = T_0/T_1$, montrer que le signe de S^c ne dépend pas de x .

- **CORRIGE** : « Variation d'entropie d'un corps mis en contact avec un thermostat »

1) Non : l'existence d'un gradient thermique est une cause fondamentale d'irréversibilité (pas de retour spontané possible à l'état initial).

2) La transformation réelle est donc non réversible, mais l'état initial et l'état final du métal sont parfaitement déterminés : l'entropie étant une **fonction d'état**, on peut alors imaginer une transformation **réversible** fictive, partant du même état initial et arrivant au même état final, qui conduira à la même variation d'entropie pour le métal choisi comme « système » (ce raisonnement n'est pas possible pour le thermostat et « l'Univers », car leur état final dépend quant à lui de la nature réelle de la transformation). On peut alors écrire :

$$dS = \frac{dQ}{T} = mc \frac{dT}{T} \Rightarrow \boxed{\Delta S = mc \ln(T_0 / T_1) = 191,5 J \cdot K^{-1}}$$

Par ailleurs, le métal a reçu de la part du thermostat la quantité de chaleur :

$$Q = mc(T_1 - T_0) \Rightarrow S^{\text{échange}} = \frac{Q}{T_{\text{source}}} = \frac{mc(T_1 - T_0)}{T_1}; \text{ le Second Principe permet d'écrire :}$$

$$\Delta S = mc \ln(T_1 / T_0) = S^{\text{échange}} + S^{\text{créée}} = \frac{mc(T_1 - T_0)}{T_1} + S^{\text{créée}} \Rightarrow$$

$$\boxed{S^{\text{créée}} = mc \left[\ln(T_1 / T_0) - \frac{(T_1 - T_0)}{T_1} \right]} = +19,3 J \cdot K^{-1} \quad (1)$$

Rq : l'entropie créée est logiquement strictement positive, puisque la transformation est irréversible.

3) La relation (1) peut se mettre sous la forme : $S^{\text{créée}} = mc[x - 1 - \ln x]$

Une étude graphique sommaire montre que la courbe $f(x) = x - 1$ est toujours au-dessus de la courbe $g(x) = \ln x$, donc que l'entropie créée est effectivement toujours positive, même si le thermostat était à une température plus basse que celle du métal ; on peut remarquer que les deux courbes sont tangentes en $x = 1$ ($T_1 = T_0$) $\Rightarrow S^{\text{créée}} = 0$, ce qui est normal puisqu'il n'y a alors plus de gradient thermique entre les deux systèmes mis en contact.