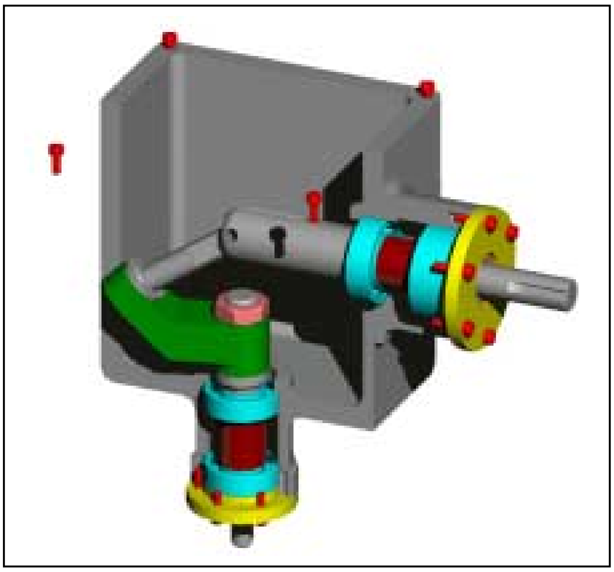
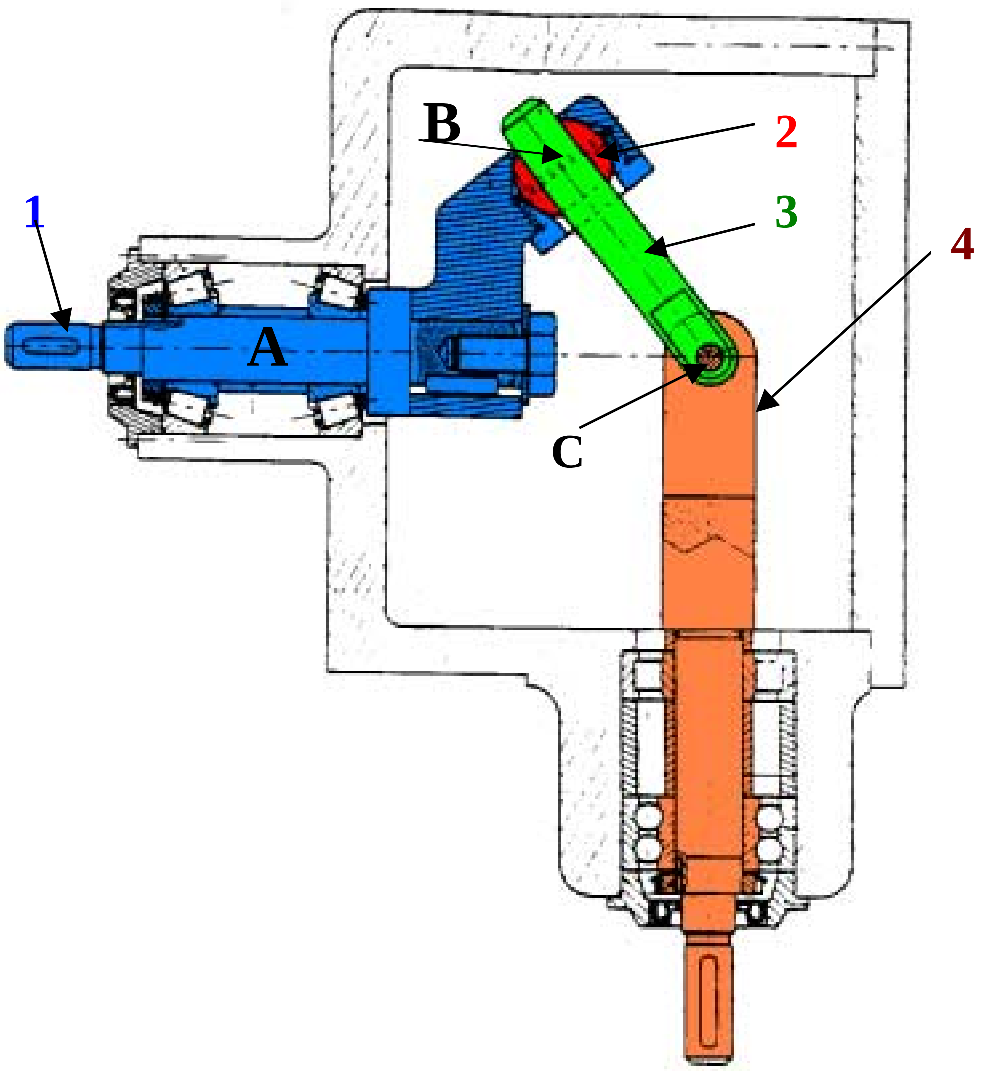


MELANGEUR

1. Description

Le mécanisme dont le schéma cinématique est donné ci-dessous représente un mélangeur. Un moto-réducteur non représenté entraîne en rotation uniforme autour de l'axe $(A, \vec{y}_0)$ l'arbre d'entrée **1**. Le déplacement de l'axe de transmission **3**, ainsi produit, permet la rotation alternative de l'arbre récepteur **4** autour de l'axe $(C, \vec{z}_0)$.

2. Dessin technique en coupe du mélangeur



La pièce 2 est une sphère.

Jacques AÏACHE – Jean-Marc CHÉREAU

3. Repères associés aux solides

$B_0=R_0=(A;\vec{x}_0;\vec{y}_0;\vec{z}_0)$ lié au bâti **<u>0</u>**

$B_1=R_1=(A;\vec{x}_1;\vec{y}_1;\vec{z}_1)$ lié à l'arbre d'entrée **<u>1</u>**

$B_2=R_2=(B;\vec{x}_2;\vec{y}_2;\vec{z}_2)$ lié à l'axe de transmission **<u>3</u>**

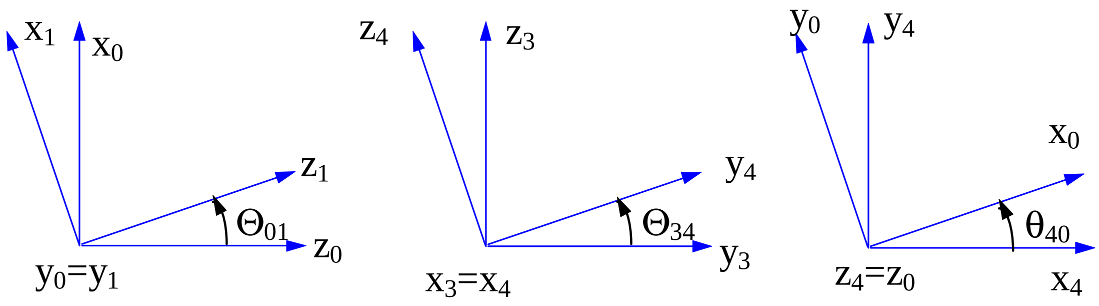
$B_3=R_3=(B;\vec{x}_3;\vec{y}_3;\vec{z}_3)$ lié à la sphère **<u>2</u>**

$B_4=R_4=(C;\vec{x}_4;\vec{y}_4;\vec{z}_4)$ lié à l'arbre de sortie **<u>4</u>**

4. Paramétrage

La géométrie : $\overrightarrow{AB}=l\vec{z}_1$ $\overrightarrow{CB}=\lambda\vec{z}_3$ $\overrightarrow{AC}=h\vec{y}_0$

La position angulaire des repères les uns par rapport aux autres.



5. Torseurs cinématiques associés aux liaisons $L_{i/j}$

$$\{V(S_i/S_j)\}_A = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_A$$

$$\text{avec} \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j) = p_{ij}\vec{x} + q_{ij}\vec{y} + r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j) = u_{ij}\vec{x} + v_{ij}\vec{y} + w_{ij}\vec{z} \end{cases}$$

6. TRAVAIL DEMANDE

Question 1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant les liaisons

Question 2 : Tracer le schéma cinématique du mélangeur en perspective isométrique et placer sur ce schéma les différents repères R0, R1,R2, R3 et R4.

Question 3 : Déterminer le torseur équivalent à l'association des liaisons L_{12} et L_{23}, et tracer en perspective isométrique le schéma cinématique minimal.

Question 4 : Ecrire la fermeture géométrique du mécanisme. Quel est le paramètre d'entrée et quels sont les paramètres de sortie ?

Question 5 : Calculer $\tan\theta_{40}$ ***,*** λ ***et*** $\cos\theta_{34}$ ***en fonction de tous les paramètres utiles et notamment*** $l, h \text{ et } \theta_{01}$.

Question 6 : Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme au point C dans la base $B_0 = (\vec{x}_0;\vec{y}_0;\vec{z}_0)$.

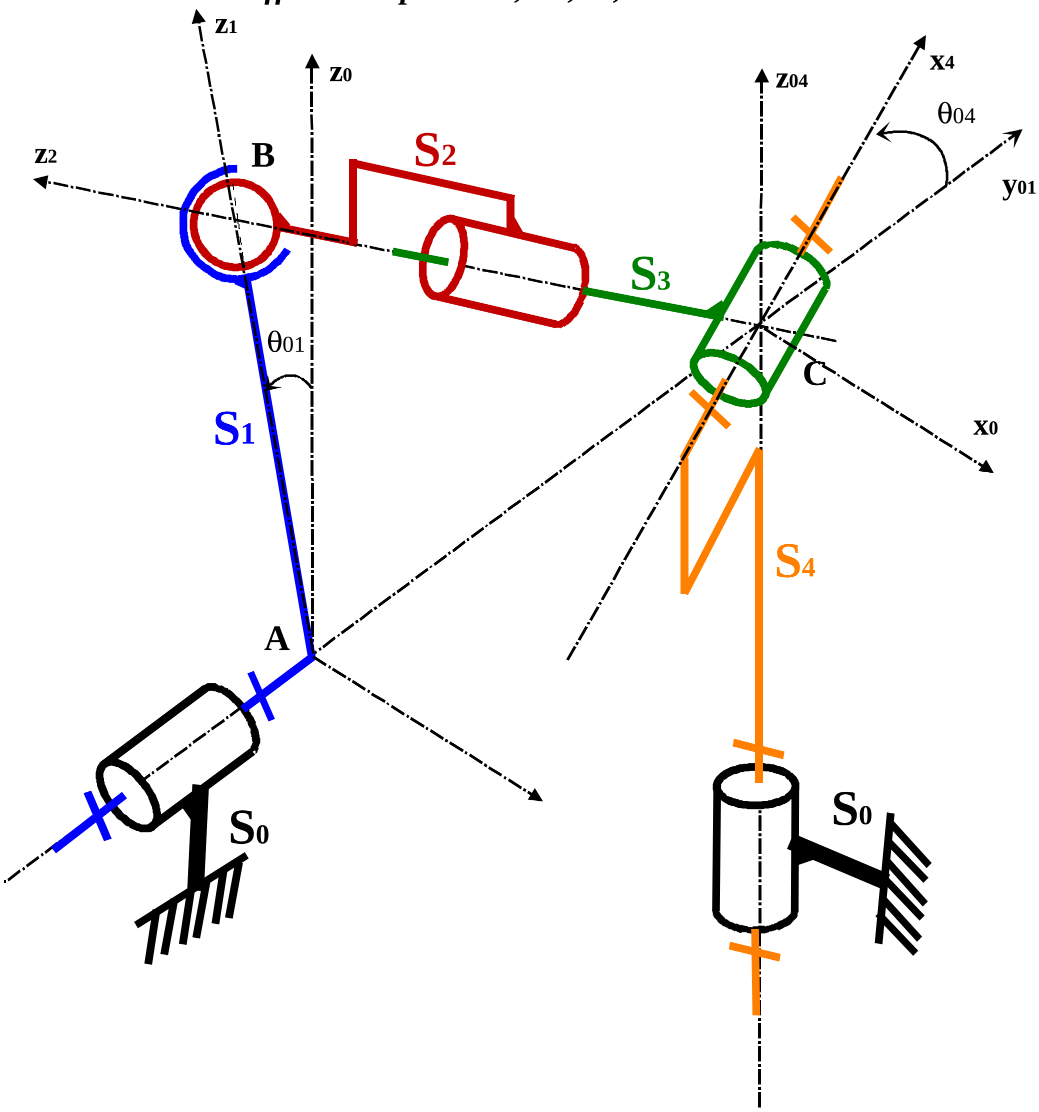
Question 7 : Quelle est la mobilité du mécanisme ?

Question 8 : Déterminer la relation entrée-sortie soit r_{40} ***en fonction de*** q_{10} ***et de tous les paramètres utiles.***

Question 1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant les liaisons

Liaison	*Nom de la liaison*
L_{01}	Pivot d'axe $(A,\vec{y}_0)$
L_{21}	Rotule de centre B
L_{32}	Pivot glissant d'axe $(B,\vec{z}_2)$
L_{40}	Pivot d'axe $(C,\vec{z}_4)$
L_{34}	Pivot d'axe $(C,\vec{x}_4)$

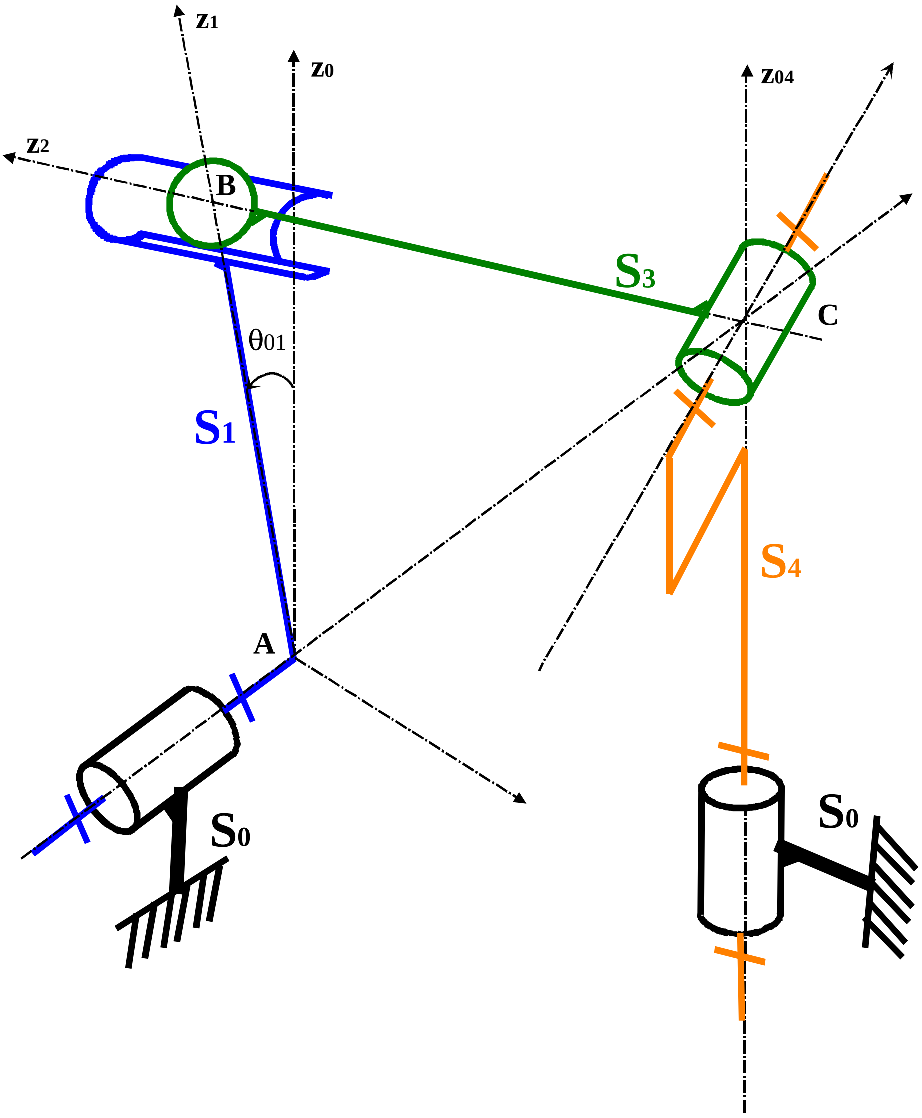
Question 2 : Tracer le schéma cinématique du mélangeur en perspective isométrique et placer sur ce schéma les différents repères R0, R1,R2, R3 et R4.



Question 3 : Déterminer le torseur équivalent à l'association des liaisons L_{12} et L_{23}

La liaison équivalente à l'association en série des deux liaisons L_{21} et L_{32} est une liaison linéaire annulaire d'axe $(B,\vec{z}_2)$.

Schéma cinématique minimal :



Question 4 : ***Ecrire la fermeture géométrique du mécanisme. Quel est le paramètre d'entrée et quels sont les paramètres de sortie ?***

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \\ l\vec{z}_1 - \lambda\vec{z}_3 - h\vec{y}_0 = \vec{0} \end{cases} \qquad (1)$$

Projection de (1) sur $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, on obtient :

$$\begin{cases} l\sin\theta_{01} - \lambda\sin\theta_{34}\sin\theta_{40} = 0 \\ -h - \lambda\sin\theta_{34}\cos\theta_{40} = 0 \\ l\cos\theta_{01} - \lambda\cos\theta_{34} = 0 \end{cases}$$

Question 5 : ***Calculer*** $\tan\theta_{40}$ ***,*** λ ***et*** $\cos\theta_{34}$ ***en fonction de tous les paramètres utiles et notamment*** l, h et θ_{01}.

$$\boxed{\begin{gathered} tg\theta_{40} = -\frac{l}{h}\sin\theta_{01} \\ \lambda = \sqrt{l^2 + h^2} \\ \cos\theta_{34} = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}\cos\theta_{01} \end{gathered}}$$

Question 6 : Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme au point C dans la base $B_0=(\vec{x}_0;\vec{y}_0;\vec{z}_0)$.

$$\{V(S_1/S_0)\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ q_{10} & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{C,B_0} \qquad \{V(S_3/S_1)\}=\begin{Bmatrix}p_{31} & 0\\ q_{31} & 0\\ r_{31} & w_{31}\end{Bmatrix}_{B,B_3}$$

$$\{V(S_4/S_3)\}=\begin{Bmatrix}p_{43} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{C,B_4} \qquad \{V(S_4/S_0)\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ r_{40} & 0\end{Bmatrix}_{C,B_4}$$

$$\{V(S_1/S_0)\}_C+\{V(S_3/S_1)\}_C+\{V(S_4/S_3)\}_C-\{V(S_4/S_0)\}_C=\{0\}$$

$$\begin{cases}\vec{\Omega}(S_1/S_0)+\vec{\Omega}(S_3/S_1)+\vec{\Omega}(S_4/S_3)-\vec{\Omega}(S_4/S_0)=\vec{0} & (3)\\ \vec{V}(C,S_1/S_0)+\vec{V}(C,S_3/S_1)+\vec{V}(C,S_4/S_3)-\vec{V}(C,S_4/S_0)=\vec{0} & (4)\end{cases}$$

Le calcul de $\vec{V}(C,S_3/S_1)=\vec{V}(B,S_3/S_1)+CB\wedge\vec{\Omega}(S_3/S_1)$ donne :

$$\vec{V}(C,S_3/S_1)=w_{31}\vec{z}_3+\begin{vmatrix}0\\0\\\lambda\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}\alpha_{31}\\\beta_{31}\\\gamma_{31}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-\lambda\beta_{31}\\\lambda\alpha_{31}\\w_{31}\end{vmatrix}_{R_3}$$

Projections de (3) et (4) sur $B_4=(\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_4)$

(1)	$-q_{10}\sin\theta_{40}+p_{31}+p_{43}=0$
(2)	$q_{10}\cos\theta_{40}+q_{31}\cos\theta_{34}+r_{31}\sin\theta_{34}=0$
(3)	$-q_{31}\sin\theta_{34}+r_{31}\cos\theta_{34}-r_{40}=0$
(4)	$-\lambda q_{31}=0$
(5)	$w_{31}\sin\theta_{34}+\lambda p_{31}\cos\theta_{34}=0$
(6)	$w_{31}\cos\theta_{34}-\lambda p_{31}\sin\theta_{34}=0$

Question 7 : Quelle est la mobilité du mécanisme ?

Les inconnues cinématiques sont : $p_{31}, q_{31}, r_{31}, w_{31}, r_{40}, q_{10}$ et p_{43} soit $N_c=7$.

Le rang cinématique $r_c=6$. La mobilité du mécanisme vaut donc :

$$\boxed{m=N_c-r_c=1}$$

Question 8 : Déterminer la relation entrée-sortie soit r_{40} ***en fonction de*** q_{10} ***et de tous les paramètres utiles.***

$$
\begin{array}{|lcl|}
\hline
p_{31} & = & 0 \\
q_{31} & = & 0 \\
r_{31} & = & -q_{10}\dfrac{\cos\theta_{40}}{\sin\theta_{34}} \\
w_{31} & = & 0 \\
p_{43} & = & q_{10}\sin\theta_{40} \\
r_{40} & = & -q_{10}\dfrac{\cos\theta_{40}}{tg\theta_{34}} \\
\hline
\end{array}
$$