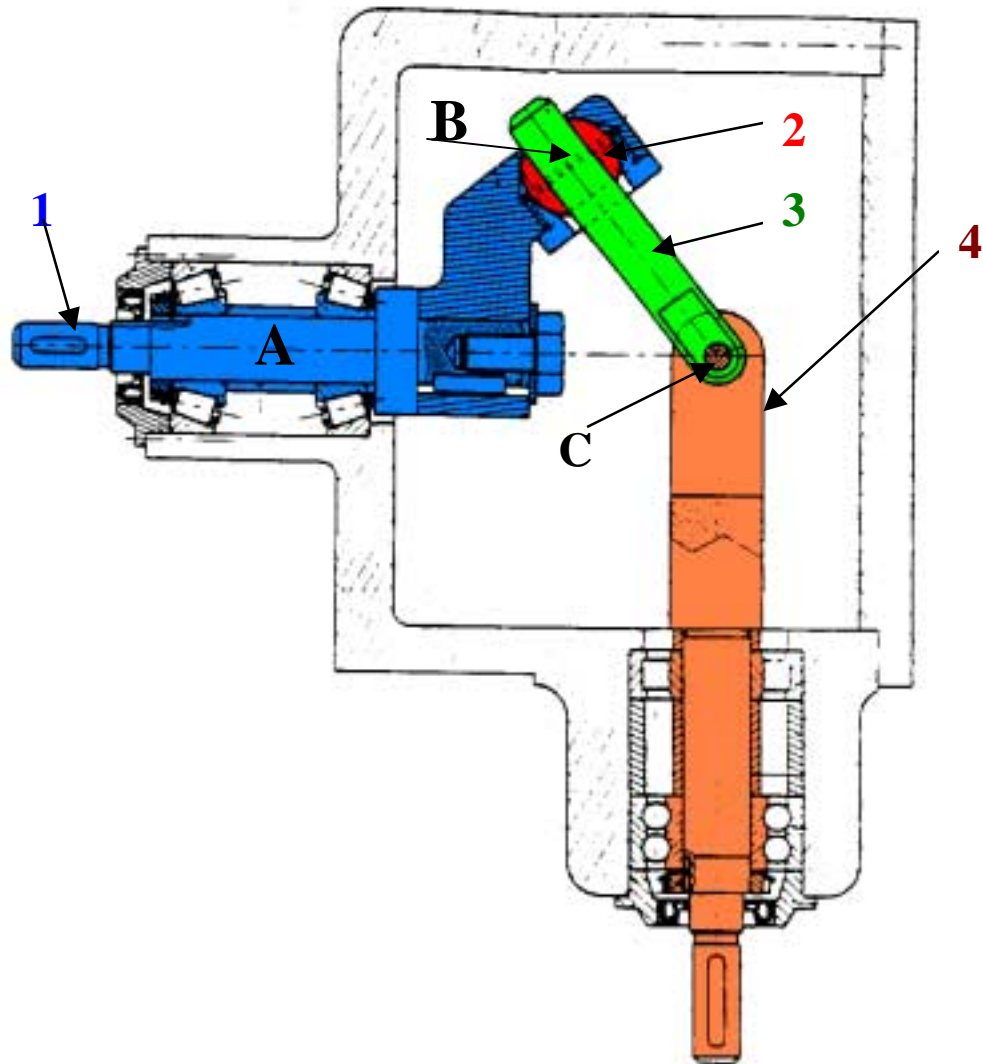


## MELANGEUR

### 1. Description

Le mécanisme dont le schéma cinématique est donné ci-dessous représente un mélangeur. Un moto-réducteur non représenté entraîne en rotation uniforme autour de l'axe  $(A, \vec{y}_0)$  l'arbre d'entrée 1. Le déplacement de l'axe de transmission 3, ainsi produit, permet la rotation alternative de l'arbre récepteur 4 autour de l'axe  $(C, \vec{z}_0)$ .

### 2. Dessin technique en coupe du mélangeur



La pièce 2 est une sphère.

### 3. Repères associés aux solides

$B_0=R_0=(A;\vec{x}_0;\vec{y}_0;\vec{z}_0)$  lié au bâti **0**

$B_1=R_1=(A;\vec{x}_1;\vec{y}_1;\vec{z}_1)$  lié à l'arbre d'entrée **1**

$B_2=R_2=(B;\vec{x}_2;\vec{y}_2;\vec{z}_2)$  lié à l'axe de transmission **3**

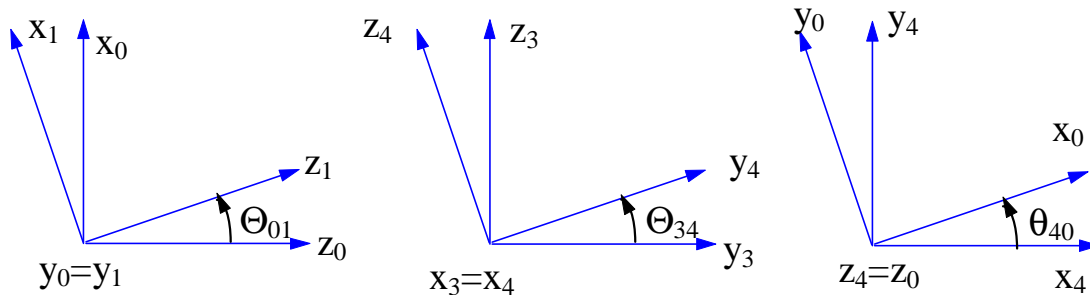
$B_3=R_3=(B;\vec{x}_3;\vec{y}_3;\vec{z}_3)$  lié à la sphère **2**

$B_4=R_4=(C;\vec{x}_4;\vec{y}_4;\vec{z}_4)$  lié à l'arbre de sortie **4**

### 4. Paramétrage

La géométrie :  $\overline{AB}=l\vec{z}_1$        $\overline{CB}=\lambda\vec{z}_3$        $\overline{AC}=h\vec{y}_0$

La position angulaire des repères les uns par rapport aux autres.



### 5. Torseurs cinématiques associés aux liaisons $L_{i/j}$

$$\left\{ \vec{V}(S_i / S_j) \right\}_A = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_A$$

avec  $\begin{cases} \vec{\Omega}(S_i / S_j) = p_{ij}\vec{x} + q_{ij}\vec{y} + r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A, S_i / S_j) = u_{ij}\vec{x} + v_{ij}\vec{y} + w_{ij}\vec{z} \end{cases}$

### 6. TRAVAIL DEMANDE

Question 1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant les liaisons

Question 2 : Tracer le schéma cinématique du mélangeur en perspective isométrique et placer sur ce schéma les différents repères  $R_0, R_1, R_2, R_3$  et  $R_4$ .

Question 3 : Déterminer le torseur équivalent à l'association des liaisons  $L_{12}$  et  $L_{23}$ , et tracer en perspective isométrique le schéma cinématique minimal.

Question 4 : Ecrire la fermeture géométrique du mécanisme. Quel est le paramètre d'entrée et quels sont les paramètres de sortie ?

Question 5 : Calculer  $\tan \theta_{40}$ ,  $\lambda$  et  $\cos \theta_{34}$  en fonction de tous les paramètres utiles et notamment  $l, h$  et  $\theta_{01}$ .

Question 6 : Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme au point  $C$  dans la base  $B_0 = (\vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ .

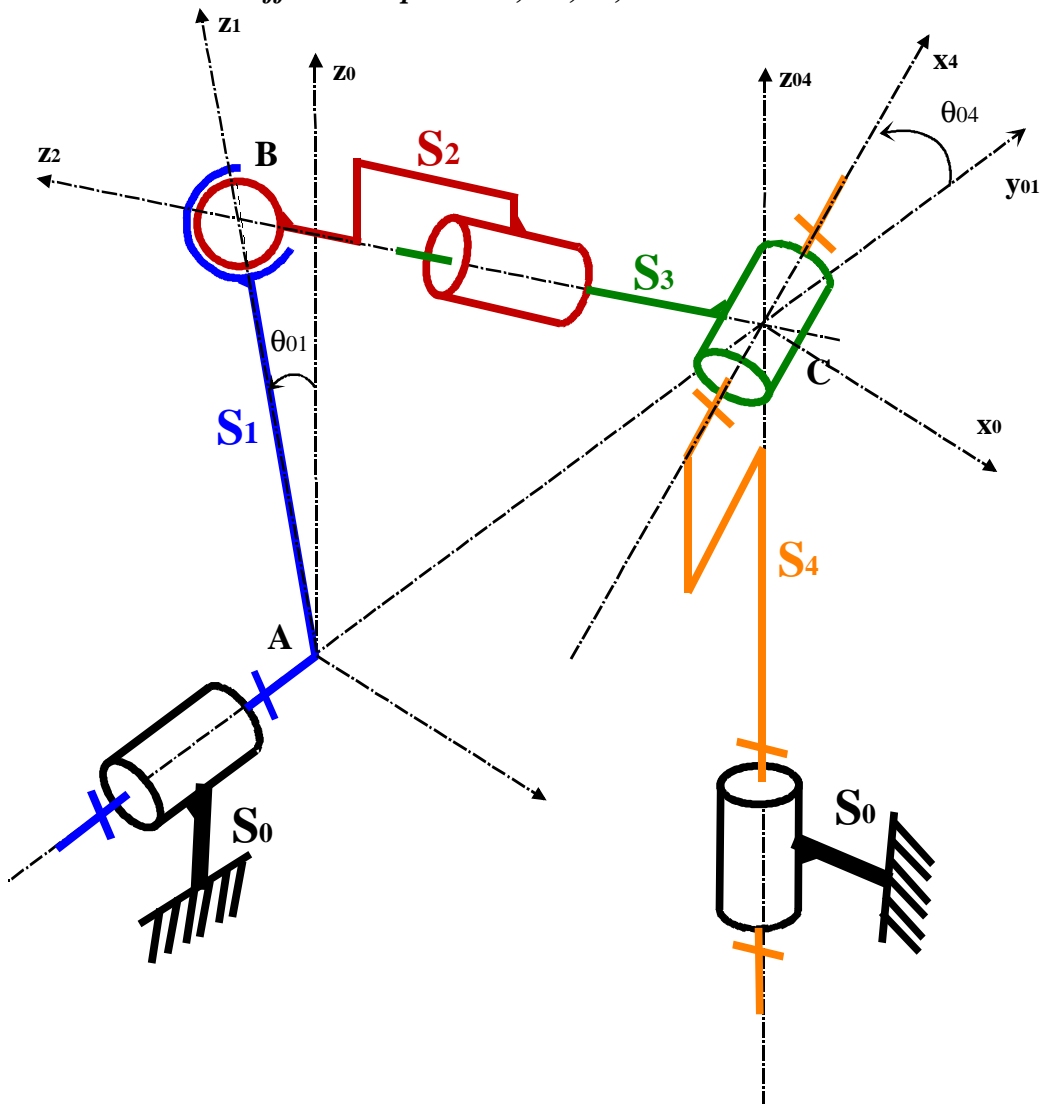
Question 7 : Quelle est la mobilité du mécanisme ?

Question 8 : Déterminer la relation entrée-sortie soit  $r_{40}$  en fonction de  $q_{10}$  et de tous les paramètres utiles.

Question 1 : Tracer le graphe du mécanisme en indiquant les liaisons

Liaison	Nom de la liaison
$L_{01}$	Pivot d'axe $(A, \bar{y}_0)$
$L_{21}$	Rotule de centre B
$L_{32}$	Pivot glissant d'axe $(B, \bar{z}_2)$
$L_{40}$	Pivot d'axe $(C, \bar{z}_4)$
$L_{34}$	Pivot d'axe $(C, \bar{x}_4)$

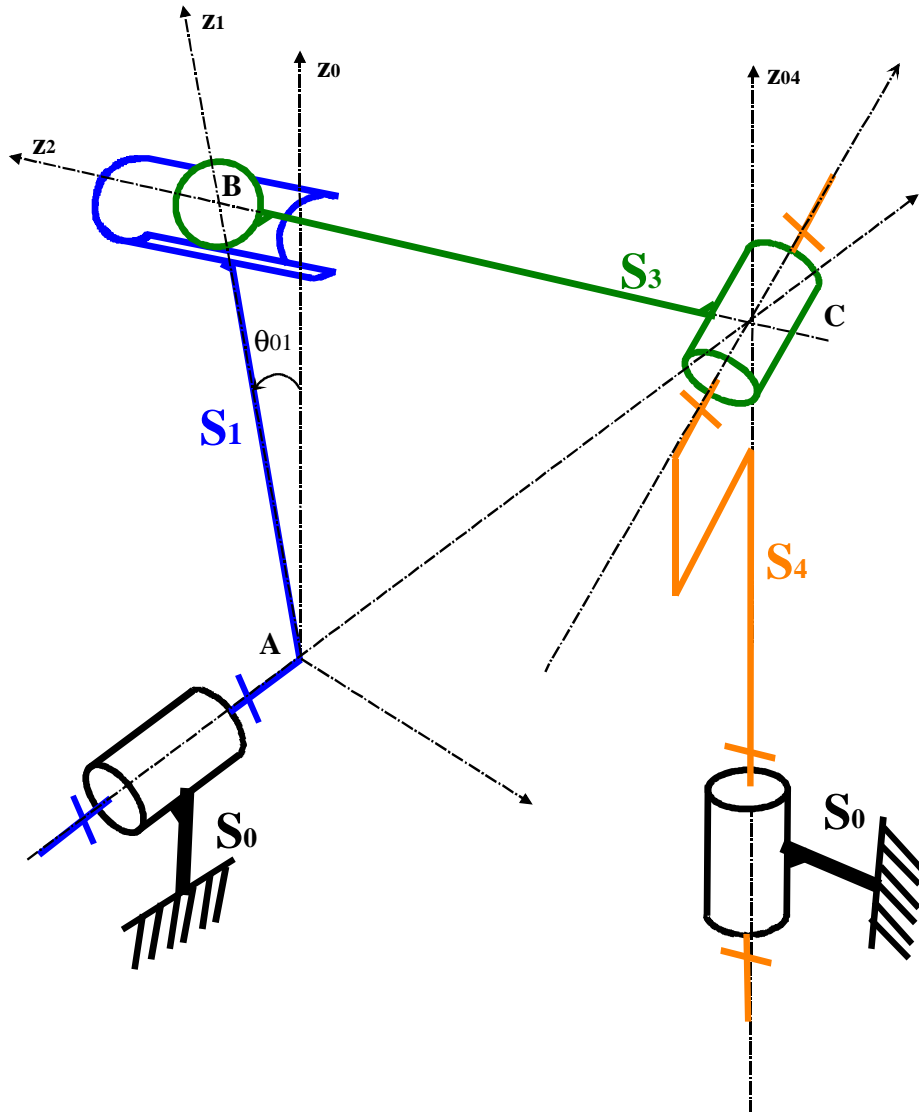
Question 2 : Tracer le schéma cinématique du mélangeur en perspective isométrique et placer sur ce schéma les différents repères  $R_0, R_1, R_2, R_3$  et  $R_4$ .



Question 3 : Déterminer le torseur équivalent à l'association des liaisons  $L_{12}$  et  $L_{23}$

La liaison équivalente à l'association en série des deux liaisons  $L_{21}$  et  $L_{32}$  est une liaison linéaire annulaire d'axe  $(B, \bar{z}_2)$ .

Schéma cinématique minimal :



**Question 4 :** *Ecrire la fermeture géométrique du mécanisme. Quel est le paramètre d'entrée et quels sont les paramètres de sortie ?*

$$\begin{cases} \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \\ l\vec{z}_1 - \lambda\vec{z}_3 - h\vec{y}_0 = \vec{0} \end{cases} \quad (1)$$

Projection de (1) sur  $B_0 = (\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ , on obtient :

$$\begin{cases} l \sin \theta_{01} - \lambda \sin \theta_{34} \sin \theta_{40} = 0 \\ -h - \lambda \sin \theta_{34} \cos \theta_{40} = 0 \\ l \cos \theta_{01} - \lambda \cos \theta_{34} = 0 \end{cases}$$

**Question 5 :** *Calculer  $\tan \theta_{40}$ ,  $\lambda$  et  $\cos \theta_{34}$  en fonction de tous les paramètres utiles et notamment  $l, h$  et  $\theta_{01}$ .*

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_{40} &= -\frac{l}{h} \sin \theta_{01} \\ \lambda &= \sqrt{l^2 + h^2} \\ \cos \theta_{34} &= \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \cos \theta_{01} \end{aligned}$$

**Question 6 :** *Ecrire la fermeture cinématique du mécanisme au point C dans la base*

$$B_0 = (\bar{x}_0; \bar{y}_0; \bar{z}_0).$$

$$\{V(S_1/S_0)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{10} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C, B_0} \quad \{V(S_3/S_1)\}_C = \begin{Bmatrix} p_{31} & 0 \\ q_{31} & 0 \\ r_{31} & w_{31} \end{Bmatrix}_{C, B_3}$$

$$\{V(S_4/S_3)\}_C = \begin{Bmatrix} p_{43} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C, B_4} \quad \{V(S_4/S_0)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{40} & 0 \end{Bmatrix}_{C, B_4}$$

$$\{V(S_1/S_0)\}_C + \{V(S_3/S_1)\}_C + \{V(S_4/S_3)\}_C - \{V(S_4/S_0)\}_C = \{0\}$$

$$\begin{cases} \bar{\Omega}(S_1/S_0) + \bar{\Omega}(S_3/S_1) + \bar{\Omega}(S_4/S_3) - \bar{\Omega}(S_4/S_0) = \vec{0} & (3) \\ \vec{V}(C, S_1/S_0) + \vec{V}(C, S_3/S_1) + \vec{V}(C, S_4/S_3) - \vec{V}(C, S_4/S_0) = \vec{0} & (4) \end{cases}$$

Le calcul de  $\vec{V}(C, S_3/S_1) = \vec{V}(B, S_3/S_1) + CB \wedge \bar{\Omega}(S_3/S_1)$  donne :

$$\vec{V}(C, S_3/S_1) = w_{31} \bar{z}_3 + \begin{vmatrix} 0 & \alpha_{31} & -\lambda \beta_{31} \\ 0 & \beta_{31} & \lambda \alpha_{31} \\ \lambda & \gamma_{31} & w_{31} \end{vmatrix} R_3$$

Projections de (3) et (4) sur  $B_4 = (\bar{x}_4, \bar{y}_4, \bar{z}_4)$

(1)	$-q_{10} \sin \theta_{40} + p_{31} + p_{43} = 0$
(2)	$q_{10} \cos \theta_{40} + q_{31} \cos \theta_{34} + r_{31} \sin \theta_{34} = 0$
(3)	$-q_{31} \sin \theta_{34} + r_{31} \cos \theta_{34} - r_{40} = 0$
(4)	$-\lambda q_{31} = 0$
(5)	$w_{31} \sin \theta_{34} + \lambda p_{31} \cos \theta_{34} = 0$
(6)	$w_{31} \cos \theta_{34} - \lambda p_{31} \sin \theta_{34} = 0$

**Question 7 :** *Quelle est la mobilité du mécanisme ?*

Les inconnues cinématiques sont :  $p_{31}, q_{31}, r_{31}, w_{31}, r_{40}, q_{10}$  et  $p_{43}$  soit  $N_c = 7$ .

Le rang cinématique  $r_c = 6$ . La mobilité du mécanisme vaut donc :

$$m = N_c - r_c = 1$$

**Question 8 :** *Déterminer la relation entrée-sortie soit  $r_{40}$  en fonction de  $q_{10}$  et de tous les paramètres utiles.*

$$\begin{array}{lcl} p_{31} & = & 0 \\ q_{31} & = & 0 \\ r_{31} & = & -q_{10} \frac{\cos \theta_{40}}{\sin \theta_{34}} \\ w_{31} & = & 0 \\ p_{43} & = & q_{10} \sin \theta_{40} \\ r_{40} & = & -q_{10} \frac{\cos \theta_{40}}{\operatorname{tg} \theta_{34}} \end{array}$$