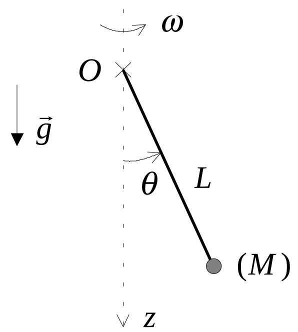
-EXERCICE 16.1-

• ENONCE :

« Pendule en rotation »



On considère un pendule en rotation à la vitesse angulaire constante ω .
Le fil inextensible a une longueur L, et le point matériel (M) possède une masse m.
On souhaite que l'angle θ reste constant.

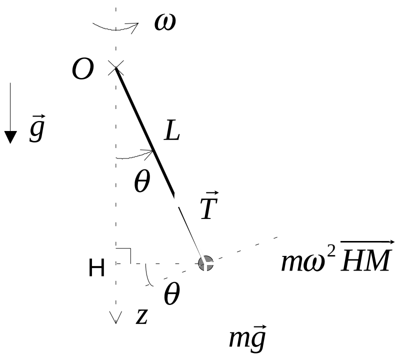
1) Exprimer θ en fonction de g, ω et L .
2) En déduire que cela n'est possible que pour une valeur minimum de ω .

• CORRIGE :

« Pendule en rotation »

1) Dans le référentiel tournant lié au pendule, ce dernier est immobile, mais il faut tenir compte, outre le poids $m\vec{g}$ et la tension du fil $\vec{T}$, de la force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie}$ (il n'y a pas de force de Coriolis, puisqu'il n'y a pas de vitesse relative) ; cette force s'exprime simplement car la vitesse de rotation est constante, ainsi :

$\vec{F}_{ie} = m\omega^2\overrightarrow{HM}$, où H est la projection du point M sur l'axe Oz.



Le PFD appliqué au point matériel (M) dans le référentiel tournant s'écrit donc:

$$m\vec{a} = \vec{0} = m\vec{g} + \vec{T} + m\omega^2\overrightarrow{HM}$$

Pour éliminer la force inconnue $\vec{T}$, nous allons projeter ce PFD sur un axe **perpendiculaire** à $\vec{T}$; d'où:

$$mg\sin\theta = m\omega^2 HM \times \cos\theta = m\omega^2 L\sin\theta \times \cos\theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 L}}$$

2) On constate que l'angle θ n'est défini que pour $\frac{g}{\omega^2 L} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega \geq \omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{L}}}$