



MECANIQUE DU POINT MATERIEL
EXERCICE D' ORAL

-EXERCICE 9.3-

• **ENONCE** :

« Analogie mécanique-optique »

• Une plage est repérée par un repère Oxy : l'axe Ox est parallèle au bord de mer (il « matérialise » la limite entre sable et eau), et l'axe Oy lui est perpendiculaire, dans le plan horizontal.

• Le sable se trouve du côté des ordonnées négatives et l'eau du côté des ordonnées positives.

1) Une personne (A), située à l'origine du repère O et assimilée à un point matériel), reconnaît une personne (B) immobile située dans l'eau en un point $M(x_1, y_1)$, avec x_1 et $y_1 > 0$; la vitesse **sur le sable** de la personne (A) est 5 fois supérieure à sa vitesse **dans l'eau** (les vitesses respectives sont constantes dans chacun des milieux).

Déterminer l'abscisse x du point (E) où la personne (A) doit entrer dans l'eau pour atteindre le plus rapidement possible la personne (B) .

2) La position initiale de (A) est maintenant le point $I(0, Y)$, avec $Y < 0$; (A) choisit encore la trajectoire de durée minimale.

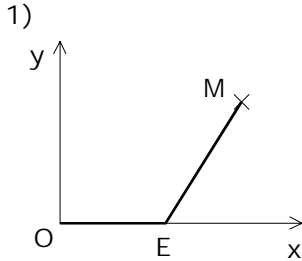
- Calculer le rapport des sinus des trajectoires de (A), sur le sable et dans l'eau, avec l'axe Oy.
- Faire une analogie avec l'Optique Géométrique.

MECANIQUE DU POINT MATERIEL

EXERCICE D' ORAL

• **CORRIGE** :

«Analogie mécanique-optique »



En appelant v la vitesse de (A) sur le sable, la durée t du trajet est donnée par:

$$t = \frac{OE}{v} + \frac{EM}{v/5} \Rightarrow vt = OE + 5EM = x + 5\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}$$

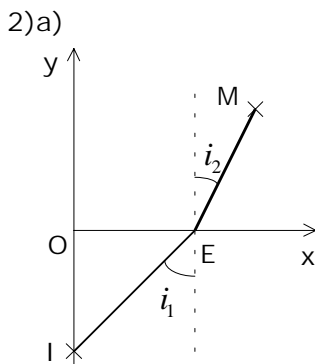
- La vitesse v étant constante, la durée minimale est déterminée par :

$$\frac{d(vt)}{dx} = 0 \Rightarrow 1 + 5 \times \frac{2(x_1 - x)}{2\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}} = 0 \Rightarrow \sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2} = 5(x_1 - x) \Rightarrow (x_1 - x)^2 + y_1^2 = 25(x_1 - x)^2$$

$$\Rightarrow 24(x_1 - x)^2 = y_1^2 \Rightarrow x = x_1 \pm \frac{y_1}{24}$$

- Pour l'instant, on a les 2 abscisses qui rendent extremum la durée t ; sur le schéma, il est évident que le **minimum** correspond à $x < x_1$, d'où :

$$x = x_1 - \frac{y_1}{\sqrt{24}} \approx x_1 - 0,204y_1$$



On a toujours une relation du type :

$$vt = IE + 5EM \Rightarrow vt = \sqrt{x^2 + Y^2} + 5\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d(vt)}{dx} = 0 \text{ pour : } \frac{x}{\sqrt{x^2 + Y^2}} + 5 \times \frac{x_1 - x}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}} = 0$$

D'où : $\frac{x}{\sqrt{x^2 + Y^2}} = 5 \times \frac{x_1 - x}{\sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}} \Rightarrow$ sur le schéma, on voit que l'on obtient : $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = 5$ (1)

- b) En optique géométrique, la loi de Descartes concernant la **réfraction** donnerait :

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, où n_1 est l'**indice** optique du milieu (1) (ici, le sable) et n_2 est l'**indice** optique du milieu (2) (ici, l'eau).

Par ailleurs, l'indice optique est également défini par le rapport de la célérité de la lumière dans le vide et dans le milieu considéré :

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} ; \text{ dans le cas du sable et de l'eau, on aurait : } \frac{v_1}{v_2} = 5 \Rightarrow \text{ la relation (1),}$$

traduisant la réfraction d'une vitesse **mécanique**, est bien analogue à la réfraction en **optique**.