-EXERCICE 27.5-

• ENONCE :

« Champ créé par une sphère chargée en rotation »

On s'intéresse à une sphère de rayon R, portant une charge totale Q uniformément répartie à sa surface ; la sphère tourne autour de l'un de ses diamètres à la vitesse angulaire constante ω.

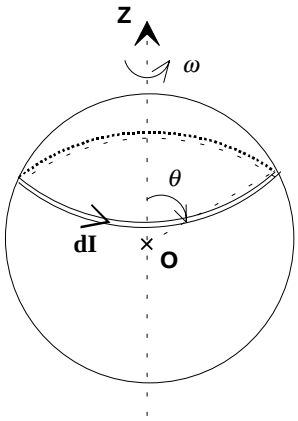
1) Calculer le champ magnétique au centre de la sphère.
2) Déterminer le moment magnétique de cette sphère.

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

• **CORRIGE :** « Champ créé par une sphère chargée en rotation »

1) Nous allons travailler avec les notations de la figure ci-dessous :



La sphère est de rayon R

La surface est découpée en couronnes de largeur angulaire $d\theta$

Le champ est porté par Oz

♦ Dans le référentiel fixe, les charges surfaciques en mouvement sont assimilables à des **courants** ; les charges décrivant des cercles d'axe Oz, la sphère pourra être considérée comme la superposition de **spires circulaires** de rayon $r = R\sin(\theta)$, parcourues par des courants élémentaires dI.

♦ La vitesse de rotation étant constante, un observateur extérieur verra passer la charge dQ portée par une couronne élémentaire de largeur angulaire $d\theta$ pendant un temps T égal à la période de rotation de la sphère ; on a donc :

$$dI = \frac{dQ}{T} = \sigma dS \frac{\omega}{2\pi} = \frac{Q\omega}{(4\pi R^2)2\pi} dS \quad (\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \text{ représente la charge surfacique de la sphère})$$

Les couronnes, de rayon $r = R\sin\theta$, sont de « hauteur » $Rd\theta \Rightarrow dS = (2\pi R\sin\theta)Rd\theta$; d'où :

$$dI = \frac{Q\omega\sin\theta}{4\pi} d\theta$$

♦ Par ailleurs, tout plan contenant l'axe Oz est plan d'antisymétrie des courants ⇒ $\vec{B}(O)$ est **porté par Oz** (ou bien : le plan perpendiculaire à Oz, passant par O, est un plan de symétrie des sources ⇒ $\vec{B}(O)$ est perpendiculaire à ce plan, donc parallèle à Oz) ; de plus, le résultat de l'exercice 28.1 permet d'exprimer le champ créé par une spire élémentaire en O :

$$d\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 dI}{2r}\sin^3(\theta) \Rightarrow \vec{B}(O) = \int_0^\pi \frac{\mu_0 Q\omega}{8\pi R}\sin^3(\theta)d\theta\ \vec{e}_z \ ; \quad \sin^3(\theta)d\theta = (1-\cos^2\theta)\sin\theta d\theta = (u^2-1)du$$

avec : $u = \cos\theta$; on trouve : $\int_1^{-1}(u^2-1)du = 4/3 \Rightarrow$ $\boxed{\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 Q\omega}{6\pi R}\vec{e}_z}$

2) Chaque spire présente le moment magnétique élémentaire : $d\vec{m} = S(\theta)dI\vec{e}_z$ où : $S(\theta)$ représente la surface d'une spire vue sous l'angle θ depuis le point O, et dI le courant précédemment calculé ; $S(\theta) = \pi r^2 = \pi R^2\sin^2(\theta)$, d'où :

$$\boxed{\vec{m} = \frac{Q\omega\pi R^2}{4\pi}\int_0^\pi \sin^3(\theta)d\theta\vec{e}_z = \frac{Q\omega R^2}{3}\vec{e}_z}$$

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021