

## Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

$$\text{Résoudre le système (S) } \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \\ x + 17y + 4z = 0 \end{cases}$$

EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

$$\text{Résoudre le système (S) } \begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 3x - 2y + 2z - 3t = 2 \\ 5x + y - z + 2t = -1 \\ 2x - y + z - 3t = 4 \end{cases}$$

EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

$$\text{Résoudre le système (S) } \begin{cases} x + y + z + t + u = 7 \\ 3x + 2y + z + t - 3u = -2 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ 5x + 4y + 3z + 3t - u = 12 \end{cases}$$

EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

$$\text{Résoudre le système (S) } \begin{cases} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ x + 2y - 9z + 4t - 6u = -1 \\ 2x - y + 7z - 3t + 5u = 2 \\ x - y - 2t + 3u = 2 \end{cases}$$

EXERCICE 5 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

$$\text{Résoudre le système (S) } \begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5 \\ 3x - 7y + 3z - t = -1 \\ 5x - 9y + 6z + 2t = -7 \\ 4x - 6y + 3z + t = -8 \end{cases}$$



## Indications ou résultats

[INDICATION POUR L'EXERCICE 1](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

La solution générale de  $(S)$  est la droite vectorielle engendrée par  $(11, 1, -7)$ .

[INDICATION POUR L'EXERCICE 2](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

Le système  $(S)$  ne possède aucune solution.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 3](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

La solution générale de  $(S)$  est définie par :

$$(x, y, z, t, u) = (-16, 23, 0, 0, 0) + z(1, -2, 1, 0, 0) + t(1, -2, 0, 1, 0) + u(5, -6, 0, 0, 1).$$

C'est un sous-espace affine de dimension 3.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 4](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

Le système  $(S)$  ne possède aucune solution.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 5](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

L'unique solution du système est  $(x, y, z, t) = (-10, -7, -5, 5)$ .

## Corrigés des exercices

### CORRIGÉ DE L'EXERCICE 1 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \\ x + 17y + 4z = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2 \\ L_3 \leftarrow 3L_1 - L_3 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 3y + 2z = 0 \\ 7y + z = 0 \\ 2(7y + z) = 0 \\ 2(7y + z) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11y \\ z = -7y \end{cases}$$

La solution générale de  $(S)$  s'écrit donc  $(x, y, z) = y(11, 1, -7)$ , avec  $y \in \mathbb{K}$ .

C'est la droite vectorielle engendrée par  $(11, 1, -7)$  (la matrice du système est de rang 2.)

### CORRIGÉ DE L'EXERCICE 2 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On applique  $L_3 \leftarrow L_3 + L_1 + L_2$  et  $L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$ , puis  $L_2 \leftarrow 2L_2 - L_4$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z + t = 1 \\ 3x - 2y + 2z - 3t = 2 \\ 5x + y - z + 2t = -1 \\ 2x - y + z - 3t = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z + t = 1 \\ 7x - t = 4 \\ 10x = 2 \\ 4x - 2t = 5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + y - z + t = 1 \\ 10x = 3 \\ 10x = 2 \\ 4x - 2t = 5 \end{array} \right.$$

On constate que le système  $(S)$  ne possède aucune solution.

### CORRIGÉ DE L'EXERCICE 3 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$(S) \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + t + u = 7 \\ 3x + 2y + z + t - 3u = -2 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ 5x + 4y + 3z + 3t - u = 12 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 3L_1 - L_2 \\ L_4 \leftarrow 5L_1 - L_4 \\ \Leftrightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + t + u = 7 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{array} \right.$$

Ce dernier système se réduit à ses deux premières équations. Ainsi :

$$(S) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + t + u = 7 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - z - t - 5u = -16 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{array} \right.$$

La solution générale de  $(S)$  s'écrit donc :

$$\begin{aligned} (x, y, z, t, u) &= (-16 + z + t + 5u, 23 - 2z - 2t - 6u, z, t, u) \\ &= (-16, 23, 0, 0, 0) + z(1, -2, 1, 0, 0) + t(1, -2, 0, 1, 0) + u(5, -6, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

On obtient ainsi un espace affine de dimension 3 :

- Passant par le point  $A = (-16, 23, 0, 0, 0)$  (une solution particulière du système.)
- De direction l'espace engendré par  $\varepsilon_1 = (1, -2, 1, 0, 0)$ ,  $\varepsilon_2 = (1, -2, 0, 1, 0)$ ,  $\varepsilon_3 = (5, -6, 0, 0, 1)$ .

Ces vecteurs forment une base du noyau de la matrice du système (matrice de rang 2.)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE 4 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\begin{cases} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ x + 2y - 9z + 4t - 6u = -1 \\ 2x - y + 7z - 3t + 5u = 2 \\ x - y - 2t + 3u = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ y + 7z + t - u = 4 \\ 7y - 11z + 13t - 19u = 4 \\ 4y - 2z + 7t - 10u = 1 \end{cases}$$

$L_2 \leftarrow L_1 - L_2$        $L_3 \leftarrow 2L_1 - L_3$        $L_4 \leftarrow L_1 - L_4$

Si on applique  $L_3 \leftarrow 2L_4 - L_3$ , on aboutit au système

$$\begin{cases} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ y + 7z + t - u = 4 \\ y + 7z + t - u = -2 \\ 4y - 2z + 7t - 10u = 1 \end{cases}$$

Les lignes  $L_2$  et  $L_3$  de ce nouveau système sont manifestement incompatibles.

Conclusion : l'ensemble des solutions du système ( $S$ ) est vide.

 CORRIGÉ DE L'EXERCICE 5 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Les opérations  $\begin{cases} L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{cases}$  donnent  $\begin{cases} x + y = -17 \\ 2x - y = -13 \end{cases}$  donc  $\begin{cases} x = -10 \\ y = -7 \end{cases}$

On obtient alors  $\begin{cases} 3z + t = -10 \\ 3z - t = -20 \end{cases}$  donc  $\begin{cases} z = -5 \\ t = 5 \end{cases}$

L'unique solution du système est donc  $(x, y, z, t) = (-10, -7, -5, 5)$ .