-EXERCICE 26.2-

• ENONCE :

« Sphère chargée avec une cavité »

1) Soit une sphère de rayon R et de centre O_1, uniformément chargée en volume ($\rho \succ 0$).

Cette sphère présente une cavité de rayon a, de centre $O_2 \neq O_1$, vide de toute charge.

Calculer le champ électrostatique dans cette cavité.

2) On considère maintenant un corps à répartition homogène de matière (on notera μ la masse volumique), comportant une grotte vide de toute masse : avec les mêmes notations que précédemment, on demande de calculer le champ gravitationnel dans la grotte.

Christian MAIRE
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

• CORRIGE :

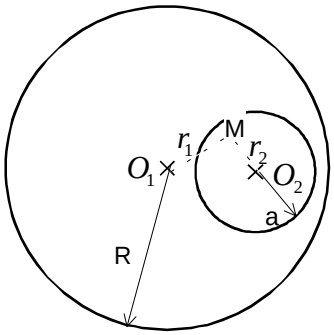
« Sphère chargée avec une cavité »

1) Nous allons appliquer le **théorème de superposition**, en considérant la répartition réelle comme équivalente à la superposition de 2 sphères **pleines** :

♦ l'une de rayon R et de centre O_1, chargée positivement $(+\rho)$; le champ sera noté $\vec{E}_1$.

♦ l'autre de rayon a, de centre O_2, chargée négativement $(-\rho)$; le champ sera noté $\vec{E}_2$.

Rq : le calcul des champs $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ sera simple, car l'on retrouve une symétrie **sphérique** (pour chacune des sphères « fictives »), perdue dans le cas de la sphère réelle à cause de la cavité. On peut donc raisonner sur la figure suivante :



Pour chaque sphère, on peut tenir le raisonnement suivant:
- l'invariance par rotation fait que le champ ne dépend que de la **variable r**.
- tout plan contenant l'origine et le point M où l'on calcule le champ est plan de **symétrie** : le champ appartient à l'intersection de ces plans, il est donc **radial**.

En appliquant le théorème de Gauss à une sphère de rayon $r_1 \prec R$, il vient pour $\vec{E}_1$:

$\oiint_{sphère} \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = 4\pi r_1^2 \times E_1 = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi r_1^3 \rho}{3\varepsilon_0}$ ($\vec{E}_1$ ayant un module constant sur cette sphère).

D'où : $\boxed{\vec{E}_1 = \frac{\rho r_1}{3\varepsilon_0}\vec{e}_{r_1} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O_1M}}$

De même : $\boxed{\vec{E}_2 = \frac{-\rho r_2}{3\varepsilon_0}\vec{e}_{r_2} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O_2M} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{MO_2}}$; par superposition, on a donc :

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\overrightarrow{O_1M} + \overrightarrow{MO_2}) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O_1O_2}}$$

Rq : le champ électrostatique a donc la propriété remarquable d'être **UNIFORME** dans la cavité.

2) On applique cette fois le « théorème de Gauss de la gravitation » (analogie entre le champ coulombien et le champ newtonien, tous les deux en $1/r^2$), soit :

$\boxed{\oiint_S \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G m_{int}}$ (G étant la constante universelle de la gravitation et m_{int} la masse contenue à l'intérieur de la surface fermée S). Après un calcul analogue, on obtient :

$\boxed{\vec{g} = \frac{4\pi G\mu}{3}\overrightarrow{O_1O_2}}$ (le champ gravitationnel est également **uniforme** dans la grotte).

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021