



-EXERCICE 27.1-

• **ENONCE** :

« Champ créé par une spire circulaire »

Calculer le champ magnétique sur l'axe d'une spire circulaire de rayon R , parcourue par un courant permanent I .

EXERCICE

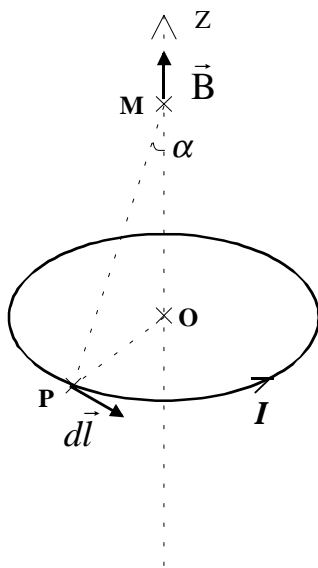
 • **CORRIGE :**

« Champ créé par une spire circulaire »

♦ Soit Oz l'axe de la spire ; tout plan (P) contenant Oz est plan d'antisymétrie du courant (un observateur « à cheval » sur le plan voit l'opposé du symétrique du courant de part et d'autre de (P)) : \vec{B} appartient à l'intersection de ces plans (caractère pseudo-vectoriel de \vec{B}), donc \vec{B} est **porté par Oz** (pour un point M de l'axe)

Rq : en dehors de l'axe, nous ne connaissons pas précisément le sens du vecteur \vec{B} , ce qui nous empêche de trouver un « contour d'Ampère » sur lequel le produit scalaire $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ serait simple à calculer ; nous allons donc appliquer la relation de Biot et Savart.

♦ Considérons le schéma ci-dessous :



On notera r la distance PM

La spire est de rayon R

α est un angle non orienté

$$\vec{B} = \oint_{spire} \frac{\mu_0 I}{4\pi} d\vec{l} \wedge \frac{\vec{PM}}{r^3} ; \text{ or : } \oint_{spire} d\vec{l} \wedge \frac{\vec{PM}}{r^3} = \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge (\vec{PO} + \vec{OM}) = \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{PO} + \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{OM}$$

$$\oint_{spire} d\vec{l} \wedge \frac{\vec{PM}}{r^3} = \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge (\vec{PO} + \vec{OM}) = \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{PO} + \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{OM}$$

$$\vec{OM} \text{ et } r \text{ ne dépendent pas du point courant } P \Rightarrow \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{OM} = \left[\oint_{spire} d\vec{l} \right] \wedge \frac{\vec{OM}}{r^3} \text{ et : } \oint_{spire} d\vec{l} = \vec{0}$$

(ne pas confondre $\oint_{spire} d\vec{l} = \vec{0}$ avec : $\oint_{spire} dl = 2\pi R \dots$)

$$\text{Par ailleurs : } \oint_{spire} \frac{d\vec{l}}{r^3} \wedge \vec{PO} = \oint_{spire} \frac{R dl}{r^3} \vec{e}_\theta \wedge (-\vec{e}_r) = \oint_{spire} \frac{R dl}{r^3} \vec{e}_z = \frac{2\pi R^2}{r^3} ; \text{ il vient alors :}$$

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} \vec{e}_z = \frac{\mu_0 I R^3}{2Rr^3} \vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z}$$

Rq : cette « formule » est très importante, car beaucoup de systèmes peuvent être considérés comme une superposition de spires circulaires (solénoïdes, sphère chargée en rotation etc...)